

FILM***„PIĘKNY UMYŚL”****Reżyser: Ron Howard****Scenariusz: Akiva Goldsman****RÓWNOWAGA NASHA W PUBIE****Marek M. Kamiński****University of California, Irvine**

Teoria gier fascynowała amatorów nauk egzotycznych niemal od początku swego istnienia. Jej przedmiot studiów – strategiczne podejmowanie decyzji – jest nietrudny do opisanie w języku potocznym, jednak jej matematyka jest bardziej skomplikowana. Efektem jest dość powierzchowna fascynacja, która zaowocowała w kulturze popularnej mnogością utworów literackich i filmowych pokazujących sytuacje strategiczne typowe dla teorii gier i używających ezopowego żargonu pseudonaukowego.

Szczególnie widowiskowo prezentuje się w filmie gra „Chicken” i jej modyfikacje. Nastolatki amerykańskie w samochodach podjeżdżają na pełnym gazie do skraju urwiska („Buntownik bez powodu”), nacierają na siebie w traktorach („Footloose”), a piloci z Pearl Harbor w ostatnim momencie unikają zderzenia („Pearl Harbor”). Zatrzymani przestępcy stają w obliczu decyzji przypominających „Dylemat Więźnia,” jednej z najważniejszych gier („Śmiertelna wyliczanka”). Rewolwerowcy pojedynkują się w trójkącie („Dobry, zły i brzydki”), bohaterowie filmów kostiumowych rozwiązują zagadki rodem z gier z niekompletną informacją („Naręczona dla księcia”). Wszystkie te gry ilustrują – ale tylko pośrednio, poprzez prezentację ciekawej sytuacji strategicznej – koncepcje rozwiązań, paradoksy lub problemy teoretyczne teorii gier. Brakuje popularnego przedstawienia jej fundamentalnych idei.

„Piękny umysł”, będący biografią Johna Nasha, jest bodaj jedynym filmem fabularnym, który odważył się na więcej. Jego ważnym wątkiem jest barwna rekonstrukcja

* W tym numerze „Decyzji” po raz pierwszy zamiast tekstu literackiego i komentarza do niego przedstawiamy komentarz do filmu. „Piękny umysł” powstał na podstawie książki Sylvii Nasar „A Beautiful Mind” (1998). Przekład tego utworu literackiego na język polski, dokonany przez Piotra Amsterdamskiego, został opublikowany pod tytułem „Piękny umysł” (Muza S. A., 2002). Umieszczony niżej komentarz odnosi się jednak do scen filmu, które nie mają swojego odpowiednika w książce.

procesu poznawczego, który doprowadził do wprowadzenia pojęcia nazwanego później równowagą Nasha. Najbardziej znana i najczęściej komentowana scena ma miejsce w pubie, gdzie Nash wpada na pomysł swego życia.

Scena powyższa wygląda następująco: Nash przy stoliku prowadzi z przyjaciółmi rozmowy, jakie podobno amerykańscy studenci zwykli wieść w męskim gronie, komentując soczyście przedstawicielki płci odmiennej. W pewnym momencie do pubu wchodzi grupa atrakcyjnych młodych kobiet, z których szczególną urodą wyróżnia się blondynka. Studenci zaczynają zastanawiać się nad najlepszą strategią poproszenia dziewczyn do tańca. Każdy z nich chciałby poprosić blondynkę. John doznaje w tym momencie olśnienia. To jest ten właśnie moment, w którym – zdaniem scenarzysty z Hollywood – urodziła się kolejna nieśmiertelna idea! Nash wyjaśnia istotę swojego pomysłu kolegom i natychmiast stosuje swój pomysł do analizy stojącej przed nimi sytuacji decyzyjnej.

Jeśli wszyscy poprosimy blondynkę, zablokujemy się wzajemnie. Zatem później poprosimy jej koleżanki, ale dostaniemy kosza, bo nikt nie lubi być wybranym w drugiej kolejności. Ale co stałoby się, gdyby nikt nie podszedł do blondynki? Nie zastąpimy sobie drogi i nie zrazimy do siebie koleżanek blondynki. To jedyna szansa na sukces.

(Tłumaczenie M.K., oryg: „If we all go for the blonde, we block each other. So then we go for her friends, but they will all give us the cold shoulder because nobody likes to be second choice. But what if no one goes for the blonde? We don't get in each other's way, and we don't insult the other girls. That's the only way we win.”)

Aby formalnie zanalizować opisaną sytuację i zweryfikować wartość owej „jedynej szansy na sukces”, musimy nieco bardziej precyzyjnie zdefiniować elementy gry. Przełożymy zatem intuicję na pojęcia definiujące grę w postaci strategicznej, czyli graczy, strategię i wypłatę. Założmy, że mamy dwóch graczy, Nasha i jego kolegę, oraz trzy dziewczyny, najbardziej atrakcyjną blondynkę B i mniej od niej atrakcyjne C i D. Każdy z graczy ma trzy strategie, tzn. może podejść do dowolnej z trzech pań. Dla uproszczenia terminologii strategię oznaczymy imionami kobiet. W zgodzie ze sceną zakładamy, że każdy gracz ma tylko jedną próbę, bo żadna z dziewczyn nie zechce być wybrana jako druga. Swoje decyzje gracze podejmują jednocześnie, po czym gra się kończy. Wypłaty w grze podlegają następującym regułom, założonym *implicite* przez filmowego Nasha:

1. Jeśli obaj gracze podejną do tej samej dziewczyny, to „zablokują się” i otrzymują wypłatę zero;
2. Jeśli gracze podejną do różnych dziewczyn, wówczas ich zaproszenia do tańca zostaną przyjęte i otrzymają oni następujące wypłaty:

- a. za taniec z B gracz otrzymuje wypłatę 2;
- b. za C lub D jest wypłata 1.

Formalne przedstawienie powyższej gry zawiera następująca tabela:

		Kolega Nasha		
		B	C	D
Nash	B	0, 0	2, 1	2, 1
	C	1, 2	0, 0	1, 1
	D	1, 2	1, 1	0, 0

Według filmowego Nasha, jedyną szansą na sukces jest ominięcie blondynki i wybór jej koleżanek, czyli wybór strategii prowadzący do opcji (C, D) lub (D, C). W obu sytuacjach gracze otrzymają drugie co do wysokości wypłaty 1.

Spróbujmy ocenić wartość powyższego „sukcesu”. Ponieważ sytuacja jest w pełni symetryczna, założmy, że mamy do czynienia z opcją (C, D), tzn. Nash wybrał C, zaś jego kolega D. Widać od razu, że z punktu widzenia obu graczy sukces jest niepełny. Filmowy Nash miał trafną intuicję, przestrzegając kolegów przed jednoczesnym wyborem B: obaj gracze rzeczywiście mogą zyskać, wybierając (C, D) w stosunku do jednoczesnego wyboru B. Nie dostrzegł on jednak tego, że istnieją pary strategii, które są jeszcze lepsze dla jednego z nich. Co więcej, jeśli wybrane jest (C, D), to Nash, poznając lub przewidując wybór kolegi, wolałby zagrać B, bo wówczas otrzymałby wypłatę 2 zamiast 1. Podobnie wolałby zagrać jego kolega. Widzimy zatem, że opcja (C, D) posiada następujące wady: (1) jeden z graczy może osiągnąć lepszy wynik, nie pogarszając wyniku drugiego, oraz (2) obydwaj gracze mają motywację do zmiany swojej strategii.

Interesuje nas tutaj problem (2), ponieważ oznacza on, że strategię zaproponowaną przez filmowego Nasha jako ilustrację równowagi nie są w istocie równowagą. Sprawdźmy zatem, kiedy gracze nie mają motywacji do zmiany swojej strategii. Okazuje się, że na dziewięć możliwych par strategii cztery posiadają taką właściwość: (B, C), (B, D), (C, B) oraz (D, B). Na przykład przy wyborze (B, C) Nash otrzymuje najwyższą z możliwych wypłat, czyli 2. Nie może zatem osiągnąć lepszego wyniku, a każda zmiana strategii obniżyłaby jego wypłatę. Jego kolega, mimo że nie osiąga najlepszej możliwej wypłaty w grze, również nie ma szansy na podwyższenie swojej wypłaty przy założeniu stałości wyboru Nasha. Jeśli wybierze B, to obaj gracze zablokują się i otrzymają 0; z kolei wybór D doprowadzi do wypłaty identycznej jak przy C.

Wracając do sceny z pubu: sukcesem graczy byłoby zaproszenie różnych dziewczyn, w tym blondynki. Ominięcie blondynki nie ma najmniejszego sensu! Najbardziej dobitnym błędem filmu jest zatem niepoprawne rozwiązanie skądinąd interesująco sformułowanej łamigłówki.

Zagadka z pubu posłużyła do zilustrowania definicji równowagi Nasha. Wraz z twierdzeniem o istnieniu równowagi Nasha dla szerokiej klasy gier definicja ta stała się fundamentem teorii gier i za to właśnie jej twórca otrzymał Nagrodę Nobla. Posłuchajmy, co ma do powiedzenia w tej sprawie filmowe alter ego Nasha:

Adam Smith powiedział, że najlepszy wynik przychodzi, kiedy każdy w grupie działa w swoim własnym interesie. Niepełne! Ponieważ najlepszy wynik przychodzi, kiedy każdy w grupie działa w swoim najlepszym interesie i w interesie grupy. Adam Smith pomylił się. ... Naczelna dynamika!

(Tłumaczenie M.K., oryg: „Adam Smith said the best result comes from everyone in the group doing what’s best for himself. Incomplete! Because the best result will come from everyone in the group doing what’s best for himself and the group. Adam Smith was wrong!... Governing dynamics!”]

Podejście Adama Smitha zostało powyżej potraktowane mocno niesprawiedliwie, zaś teoria równowagi Nasha została ochrzczona dziwnym mianem „naczelnej dynamiki”. Najistotniejsza jest jednak pojawiająca się tu (błędna) definicja równowagi Nasha. Przypomnijmy, że pojęcie to oznacza parę (lub więcej w grach wieloosobowych) strategii, takich, że żaden z graczy nie ma motywacji do zmiany swojej strategii przy założeniu stałości wyborów innych graczy. Innymi słowy, zmiana strategii przez gracza przynosi mu wypłatę nie wyższą od posiadanej w równowadze. Równowagą Nasha są zatem w naszej grze pary strategii (B, C), (B, D), (C, B) oraz (D, B), zaś żadna z pozostałych par równowagą taką nie jest.

Równowaga Nasha nie ma nic wspólnego z poszukiwaniem lub braniem pod uwagę „dobra wspólnego”. Ten wątek jest najważniejszy w pokrewnej teorii gier dyscypliny teorii wyboru społecznego. Inni gracze są o tyle istotni, o ile stanowią źródło ograniczeń wpływających na wysokość własnej wypłaty.

Trudno ocenić zniszczenia intelektualne spowodowane powyżej opisanym błędem, jednak ich skala wydaje się być poważna. Już po pobieżnej lekturze wpisów na forach internetowych i w YouTube włosy się jeżą na głowie. W nonsensownych wpisach internauci doznają ułomnych olśnień i łamią sobie głowy, usiłując przeprowadzić kwadraturę koła i pogodzić „definicję” z intuicją i z pubową łamigłówką.

Scena w pubie znajduje swój finał w akademiku Nasha, gdzie John biegnie w gorączce spisywać swoje pomysły i kreślić odpowiednie rysunki. Każdy matematyk zna doskonale uczucie euforii towarzyszące rozwiązaniu gnębiącego go od dawna problemu. Myśli biegną wówczas szybciej, niż ręka jest je władna zapisać. Szkopuł w tym, że rysunki Nasha ilustrują zupełnie inny z jego pomysłów: nazwane również jego imieniem rozwiązanie dwuosobowego problemu targu. Mimo śladów pokrewieństwa, ma ono niewiele wspólnego z równowagą Nasha.

Podsumujmy zatem, co zostało powiedziane w hollywoodzkiej opowieści o Johnie Nashu i jego dokonaniach. Kluczowe pojęcie równowagi Nasha zostało błędnie zdefiniowane i nazwane, a jego relacja do dotychczasowej wiedzy została zmystyfikowana. Następnie pojęcie to zostało błędnie zastosowane do rozwiązania prostego problemu, aby wreszcie otrzymać ilustrację graficzną niemającą z nim nic wspólnego. Mizantrop mógłby powiedzieć, że powyższa historyjka dobrze odzwierciedla poziom popularyzacji nauki we współczesnej kulturze masowej.

Filmografia

- „Buntownik bez powodu” (Rebel Without a Cause) – 1955, Nicholas Ray (reżyseria), Warner Bros. (rozpowszechnianie).
- „Footloose” – 1984, Herbert Ross (reżyseria), Paramount Pictures (rozpowszechnianie).
- „Śmiertelna wyliczanka” (Murder by Numbers) – 2002, Barbet Schroeder (reżyseria), Warner Bros. (rozpowszechnianie).
- „Pearl Harbor” (Pearl Harbor) – 2001, Michael Bay (reżyseria), Touchstone Pictures (rozpowszechnianie).
- „Piękny umysł” (A Beautiful Mind) – 2002, Ron Howard (reżyseria), Universal Studios Dreamworks (rozpowszechnianie).
- „Naręczona dla księcia” (The Princess Bride) – 1987, Rob Reiner (reżyseria), 20th Century Fox (rozpowszechnianie).
- „Dobry, zły i brzydki” (The Good, the Bad, and the Ugly) – 1966, Sergio Leone (reżyseria), United Artists (rozpowszechnianie).