

# PROBABILISTYCZNE ZASADY RÓWNOŚCI KLEMENSA SZANIAWSKIEGO

**Grzegorz Lissowski\***

**Uniwersytet Warszawski**

**Streszczenie:** Podział zbioru niepodzielnych i niejednorodnych dóbr prawie nieuchronnie powoduje nierówność udziałów uczestników podziału i stwarza konieczność stosowania losowych metod podziału. Klemens Szaniawski sformułował dwie probabilistyczne zasady równości: równość szans satysfakcji i równość szans wyboru. Wykazał, że nawet w bardzo uproszczonej sytuacji możliwe są różne koncepcje równości, które mogą być sprzeczne ze sobą i z innymi wymaganiami stawianymi metodom podejmowania społecznej decyzji. Taki sposób badania i porównywania zasad sprawiedliwości dystrybucyjnej jest obecnie dominujący w teorii wyboru społecznego.

**Słowa kluczowe:** niepodzielne dobra, losowe metody podziału, dystrybucje, sprawiedliwość dystrybucyjna, proporcjonalność, brak zazdrości, teoria wyboru społecznego.

## **KLEMENS SZANIAWSKI'S PROBABILISTIC EQUALITY RULES**

**Abstract:** Allocation of a set of indivisible and heterogeneous goods almost inevitably causes inequality of shares assigned to individual participants of the allocation. Klemens Szaniawski proposed two probabilistic principles of equal division: the Principle of Equal Chances of Satisfaction and the Principle of Equal Chances of Choice. He proved that even in a very simplified situation different concepts of equality are possible. Those concepts can conflict with one another and with the other requirements imposing to social decision making. Such way of investigation and comparing the principles of distributive justice predominates the social choice theory nowadays.

**Keywords:** indivisible goods, random methods of allocation, distributions, distributive justice, proportionality, envy-free, social choice theory

---

\* Grzegorz Lissowski, Instytut Socjologii Uniwersytetu Warszawskiego, ul. Karowa 18, 00-324 Warszawa, e-mail: gliss@is.uw.edu.pl

## 1. Wprowadzenie

Podjęcie decyzji, zarówno indywidualnych, jak i społecznych, za pomocą metod losowych jest współcześnie często uznawane za nieracjonalne. Takie sposoby podejmowania decyzji znane są jednak od czasów biblijnych. Sprzeciw wobec ich stosowania związany jest z oświeceniową doktryną wolności i moralnej odpowiedzialności człowieka za kierowanie swoim losem połączoną z postulatami egalitaryzmu w dziedzinie społecznej, politycznej i ekonomicznej (Fishburn 1978). Można jednak podać racjonalne argumenty na rzecz stosowania metod losowych i określić sytuacje, w których posiadają one bardziej pożądane własności od metod deterministycznych. Przykładami takich sytuacji są: wybór spośród kilku równie dobrych rozwiązań, uniemożliwienie indywidualnych manipulacji strategicznych przy podejmowaniu zbiorowych decyzji, zagwarantowanie praw mniejszości, stosowanie strategii mieszanych w grach konkurencyjnych (por. Lissowski 2006).

Konieczność stosowania metod losowych pojawia się szczególnie wtedy, gdy trzeba podzielić zbiór dóbr niepodzielnych. W przypadku podziału dóbr podzielnych istnieje na ogół, z wyjątkiem szczególnych sytuacji, taki podział, który wszystkim uczestnikom podziału zapewnia użyteczności nie mniejsze od wartości oczekiwanych użyteczności loterii określonych na zbiorze dzielonych dóbr, tj. podziału losowego. W tym artykule będziemy zajmować się losowymi sposobami podziału dóbr jedynie w przypadku dóbr niepodzielnych.

Podział zbioru dóbr niepodzielnych prawie nieuchronnie powoduje nierówność udziałów poszczególnych osób. Jest to oczywiste w sytuacji, gdy zbiór dzielonych dóbr jest mniej liczny od zbioru uczestników podziału, a niemożliwe są takie sposoby wyrównywania udziałów jak wykorzystanie podzielności jednego z dzielonych dóbr dla wyrównania różnic, rotacyjne korzystanie z dóbr, sprzedaż dzielonych dóbr i podział uzyskanych w ten sposób pieniędzy itp.

Artykuł będzie poświęcony przedstawieniu dwóch probabilistycznych zasad równości zaproponowanych przez Klemensa Szaniawskiego (1966, 1975, 1979). Intencją Szaniawskiego była analiza zasad podziału dóbr jako metod podejmowania decyzji społecznej, polegająca na badaniu ich własności i relacji między nimi. Taki sposób badania i porównywania zasad sprawiedliwości dystrybucyjnej jest obecnie dominujący w teorii wyboru społecznego. Zasady równości Szaniawskiego były przedmiotem badania eksperymentalnego (Lissowski 1992), będzie o tym mowa dalej, natomiast ich aspekty etyczne były analizowane przez Jacka Hołówkę (1990).

## 2. Losowe metody podziału zbioru dóbr niepodzielnych

„Dobrami” w przyjętym tu znaczeniu będą obiekty, które są pożądane przez uczestników podziału, mają być rozdzielone między nich, a ich ilość jest ograniczona i przynajmniej w momencie dokonywania podziału ustalona. Dobrami mogą być zarówno obiekty materialne (np. masa spadkowa, obrazy, samochody), jak i niematerialne (np. przywileje, wyróżnienia). Dobra te mogą być zarówno jednorodne (np. mandaty poselskie lub senatorskie), jak i niejednorodne (np. nerki do transplatacji). W przypadku dóbr niejednorodnych mogą występować znaczne różnice między preferencjami uczestników podziału, które zależą od rodzaju, a nie tylko od liczby otrzymywanych dóbr.

*Podziałem* zbioru  $m$  niepodzielnych dóbr  $D = \{D_1, \dots, D_m\}$  między  $n$  osób, uczestników podziału  $G = \{1, \dots, n\}$  będziemy nazywać uporządkowaną,  $n$ -elementową quasi-partycję zbioru dóbr  $D$ . „Quasi” – ponieważ nie zakłada się niepustości członów tej partycji. Każdy podział może być określony jako funkcja  $x: D \rightarrow G$ , która przyporządkowuje każde dobro określonego uczestnikowi podziału. Zbiór możliwych podziałów będzie oznaczany przez  $X = \{x, y, z, \dots\}$  lub  $X = \{x_1, x_2, x_3, \dots\}$ .

Podział zbioru dóbr niepodzielnych zilustrujemy na przykładzie „Podział spadku”, który został przedstawiony uczestnikom eksperymentu „Oceny i wybory”. Jego celem było m.in. zbadanie ocen dwóch probabilistycznych zasad równości Szaniawskiego. Będzie on opisany w części 9.

### Przykład 1. Podział spadku

Problem podziału spadku polegał na podziale trzech dóbr:  $M$  – mieszkania własnościowego,  $D$  – domku letniskowego z dużą działką i  $S$  – samochodu osobowego, wysokiej klasy, między trzech synów spadkodawcy: Adama, Jana i Piotra. Pomijając chwilowo dodatkowe informacje, jakie otrzymały osoby badane, rozważmy możliwe sposoby podziału tego trzejelementowego zbioru niepodzielnych dóbr.

Gdyby nie zostały wprowadzone dodatkowe ograniczenia, to każdy z synów mógłby otrzymać jeden z ośmiu możliwych udziałów. Zbiór możliwych udziałów, to zbiór wszystkich możliwych podzbiorów zbioru niepodzielnych dóbr. Taki zbiór nazywa się zbiorem potęgowym, a jego liczebność wynosi  $2^m$ , gdzie  $m$  oznacza liczbę dóbr. Poniżej wypisany jest zbiór wszystkich możliwych udziałów w problemie „Podział spadku”.

$$\{\emptyset, \{M\}, \{D\}, \{S\}, \{M,D\}, \{M,S\}, \{D,S\}, \{M,D,S\}\}.$$

Ponieważ nie jest możliwe przyznanie tego samego dobra dwóm osobom, więc zbiór możliwych podziałów dopuszczając sytuację, że nie wszystkie dobra zostaną rozdzielone wynosi  $64$  (ogólniej  $(n + 1)^m$ , gdzie  $n$  oznacza liczbę osób, uczestników podziału). Zakładając jednak, że wszystkie dobra mają być rozdzielone, a więc ograniczając się jedynie do podziałów pełnych, liczy on  $27$  (tj.  $n^m$ ).

Zbiór pełnych podziałów zawiera podziały, które bardzo znacznie różnią się udziałami poszczególnych osób. Na przykład, jeden z synów może otrzymać wszystkie trzy dobra, a dwaj pozostali – żadnego. Można na ten zbiór nałożyć dodatkowe, naturalne ograniczenie, że każda osoba otrzymuje taką samą liczbę dóbr (w przypadku, gdy liczebność zbioru dóbr nie jest wielokrotnością liczby osób, można dopuścić na przykład tylko podziały, w których udziały poszczególnych osób różnią się nie więcej niż o jedno dobro). Przyjmując takie ograniczenie w rozważanym przykładzie otrzymujemy sześć możliwych sposobów podziału spadku.

$$X = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6\},$$

gdzie:

$$\begin{array}{lll} x_1 = [M,D,S]; & x_2 = [M,S,D]; & x_3 = [D,M,S]; \\ x_4 = [D,S,M]; & x_5 = [S,M,D]; & x_6 = [S,D,M]. \end{array}$$

(na pierwszym miejscu zostało wpisane dobro, które otrzymuje pierwszy syn – Adam, na drugim miejscu to, które otrzymuje drugi syn – Jan, a na trzecim miejscu to, które otrzymuje trzeci syn – Piotr).

Opisywane wyżej sposoby podziału dóbr były *deterministyczne* (bezpośrednie), tj. jednoznacznie określały, jakie udziały w podziale dóbr otrzymają poszczególni uczestnicy podziału. Oprócz nich są stosowane, od czasów biblijnych, *losowe* sposoby podziału dóbr. Polegają one na wyborze podziału w sposób losowy. Wykorzystuje się w tym celu pewien mechanizm losowy i przy jego pomocy losuje się jeden podział. Rozdział dóbr dokonywany jest według wylosowanego podziału. Nadal jednak uczestnik podziału otrzymuje jednoznacznie określony udział w podziale dobra. Zasadnicza różnica polega na tym, że wybór podziału nie jest ustalany według jakichś kryteriów, ale zależy od wyniku losowania.

Prawdopodobieństwa wylosowania poszczególnych podziałów nie muszą bynajmniej być jednakowe. Rozkład prawdopodobieństwa na zbiorze podziałów dóbr, według którego są losowane podziały, nazywa się *dystrybucją*. W losowych sposobach podziału ustala się właśnie ten rozkład prawdopodobieństwa, a nie bezpośrednio podział dóbr. Stosowany mechanizm losowy ma jedynie zapewniać wylosowanie każdego podziału zgodnie z prawdopodobieństwem określonym w ustalonej dystrybucji.

Warto zauważyć, że zbiór możliwych dystrybucji, w odróżnieniu od zbioru podziałów niepodzielnych dóbr, jest nieskończony. Dopuszczenie losowego sposobu podziału dóbr w zasadniczy sposób rozszerza możliwości podziału zbioru niepodzielnych dóbr.

### Przykład 2. Losowy sposób podziału w problemie „Podział spadku”

Losowy sposób podziału zilustrujemy na przykładzie „Podziału spadku” zakładając, że każdy z trzech synów spadkodawcy ma w wyniku podziału otrzymać dokładnie jedno z trzech dóbr. Zgodnie z tym ograniczeniem dopuszczalny jest tylko jeden z sześciu podziałów spadku. Załóżmy, że ustalona została dystrybucja  $\wp_a$  przedstawiona w tabeli 1.

**Tabela 1. Losowy podział spadku według dystrybucji  $\wp_a$**

Prawdopodobieństwa wyboru podziału	Podziały dóbr w problemie „Podziału spadku”					
	$x_1 = [M,D,S]$	$x_2 = [M,S,D]$	$x_3 = [D,M,S]$	$x_4 = [D,S,M]$	$x_5 = [S,M,D]$	$x_6 = [S,D,M]$
$p(x_i)$	2/6	0	2/6	1/6	0	1/6

Jeżeli podział spadku byłby losowany zgodnie z tą dystrybucją, to każdy z synów, z wyjątkiem Piotra (osoba Nr 3), mógłby otrzymać każde z trzech dóbr. Jedynie Piotr nie mógłby otrzymać domu ( $D$ ). Prawdopodobieństwa otrzymania poszczególnych dóbr są różne. Przedstawia je tabela 2

**Tabela 2. Prawdopodobieństwa otrzymania poszczególnych dóbr zgodnie z dystrybucją  $\wp_a$**

Osoba	Prawdopodobieństwo otrzymania		
	mieszkania ( $M$ )	domu ( $D$ )	samochodu ( $S$ )
Nr 1 – Adam	2/6	3/6	1/6
Nr 2 – Jan	2/6	3/6	1/6
Nr 3 – Piotr	2/6	0	4/6

Dystrybucja – rozkład prawdopodobieństwa na zbiorze podziałów dóbr – wyznacza dla każdego uczestnika podziału prawdopodobieństwa otrzymania poszczególnych dóbr. Możliwe jest jednak, że probabilistyczne konsekwencje zastosowania różnych dystrybucji są takie same. Ilustrują to dwie dystrybucje  $\wp_b$  i  $\wp_c$  przedstawione w tabeli 2.

Łatwo można sprawdzić, że w przypadku zastosowania obu dystrybucji  $\wp_b$  i  $\wp_c$  dla każdego z trzech synów prawdopodobieństwo otrzymania każdego z trzech dóbr jest takie samo i wynosi 1/3.

**Tabela 3. Dystrybucje  $\rho_b$  i  $\rho_c$** 

Dystrybucje	Podziały dóbr w problemie „Podziału spadku”					
	$x_1 = [M,D,S]$	$x_2 = [M,S,D]$	$x_3 = [D,M,S]$	$x_4 = [D,S,M]$	$x_5 = [S,M,D]$	$x_6 = [S,D,M]$
$\rho_b$	0	1/3	1/3	0	0	1/3
$\rho_c$	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6

Ocena, który z losowych sposobów podziału – według dystrybucji  $\rho_a$ , czy też według dystrybucji  $\rho_b$  lub  $\rho_c$  – jest korzystniejszy z punktu widzenia poszczególnych osób bądź też sprawiedliwszy, będzie wymagała znajomości ich preferencji lub użyteczności. Należy jednak podkreślić specyficzną cechę losowych sposobów podziału dóbr. Mamy tu do czynienia z dwoma typami ocen: oceną *ex ante*, tj. oceną dystrybucji przed przeprowadzeniem losowania podziału, oraz oceną *ex post*, tj. oceną wylosowanego podziału. Są one różne. Losowe metody podziału umożliwiają zapewnienie uczestnikom podziału równych szans na otrzymanie dóbr, chociaż nie równości udziałów w podziale, który zostanie wylosowany, czego klasyczne, deterministyczne metody nie mogą zapewnić niezależnie od tego, jakie zastosuje się kryterium podziału np. utylitarne, egalitarne, czy też pierwszeństwa ustalonego na podstawie własności uczestników podziału (por. Goodwin 1992). Należy oczekiwać, że uczestnicy podziału nie będą akceptowali takich probabilistycznych sposobów podziału, które różnią się bardzo istotnie ocenami *ex ante* lub ocenami *ex post*. Uzasadnia to trafność nakładania pewnych ograniczeń na zbiór dopuszczalnych podziałów dóbr.

### 3. Założenia dwóch probabilistycznych zasad równości Szaniawskiego

Bardzo prosty model sytuacji podziału wybrany przez Szaniawskiego miał umożliwić analizę relacji między różnymi wymaganiami stawianymi sposobom podziału dóbr z punktu widzenia sprawiedliwości i wykazanie, że nawet w tej uproszczonej sytuacji możliwe są różne koncepcje równości, które mogą być sprzeczne ze sobą i z innymi wymaganiami stawianymi metodom podejmowania społecznych decyzji. Szaniawski zakładał, że liczba dzielonych dóbr jest równa liczbie osób, a ponadto, że każda osoba otrzymuje dokładnie jedno dobro. Warunek ten posiada naturalne uzasadnienie etyczne – ogranicza nierówność wyników podziału, choć przy znacznych różnicach wartości dóbr redukcja ta może nie być oceniana jako duża. Szaniawski nie zakładał wiedzy o indywidualnych, osobistych użytecznościach dóbr, a jedynie znajomość profilu preferencji osobistych na zbiorze dóbr. Przyjęte ograniczenia na zbiór dóbr i zbiór podziałów umożliwiały jednak określenie preferencji osobistej każdej osoby na zbiorze dopuszczalnych podziałów bezpośrednio na podstawie jej preferencji na

zbiorze dóbr. W ten sposób udało się Szaniawskiemu uniknąć przyjmowania mocniejszych założeń o sposobie pomiaru indywidualnych preferencji oraz o możliwości ich międzyosobowego porównywania<sup>1</sup>. Jak wiadomo, dla analizy zasad sprawiedliwości dystrybucyjnej na ogół niezbędne jest przyjmowanie mocniejszych założeń pomiarowo-porównawczych, a charakter tych założeń w zasadniczym stopniu decyduje o różnicach między koncepcjami sprawiedliwości. Dodatkowo Szaniawski wykluczył występowanie indyferencji w preferencjach uczestników podziału. Jest to założenie upraszczające, ale nie stanowi ono istotnego ograniczenia dla ogólności rozważań. Zasady Szaniawskiego łatwo można uogólnić na sytuację, w której liczebność zbioru osób jest większa od liczebności zbioru dzielonych dóbr. Wystarczy dla tego celu uzupełnić zbiór dzielonych dóbr do liczby osób o fikcyjne dobra: „nie otrzymanie żadnego dobra”. Trudniejsze jest uogólnienie w sytuacji, gdy zbiór osób jest mniej liczny, albo też, gdy jedna osoba może otrzymać większą liczbę dóbr. W takich przypadkach do określenia preferencji osobistych na zbiorze podziałów nie wystarczy znajomość ich preferencji na zbiorze dzielonych dóbr. Wynika to z faktu, że użyteczność zestawu dóbr nie musi być równa sumie użyteczności poszczególnych dóbr (por. Szaniawski 1979). W tych przypadkach konieczne jest albo przyjęcie założenia o addytywności użyteczności dzielonych dóbr, albo też posiadanie bogatszej informacji o preferencjach osobistych na zbiorze dopuszczalnych podziałów dóbr.

Obie zasady równości Szaniawskiego są funkcjonalami społecznego wyboru dystrybucji, tj. dla każdego profilu osobistych preferencji wyznaczają podzbiór dystrybucji, który jest zgodny z określoną koncepcją równości. Nie umożliwiają jednak uporządkowania podziałów dóbr od najsprawiedliwszego do najmniej sprawiedliwego.

#### 4. Zasada równych szans satysfakcji

W pierwszej koncepcji równości rozważanej przez Szaniawskiego (1966, 1975, 1979), równorzędne traktowanie uczestników podziału rozumiane jest jako równość szans otrzymania przez nich dóbr, które zajmują identyczne pozycje w ich indywidualnych, osobistych uporządkowaniach zbioru dóbr.

*Zasada równych szans satysfakcji (RSS)* polega na wyborze takich dystrybucji, które zapewniają wszystkim uczestnikom podziału takie samo prawdopodobieństwo otrzymania dobra, które zajmuje  $k$ -tą pozycję ( $k = 1, \dots, m$ ) w ich osobistych uporządkowaniach preferencyjnych zbioru dóbr  $D$ .

<sup>2</sup> Zwięzła charakterystyka założeń pomiarowo-porównawczych, ważnych dla problemów podziału dóbr, została przedstawiona m.in. w Nr 3 „Decyzji” (Lissowski 2005: 14-18).

Niech  $v_h: D \rightarrow \{1, \dots, m\}$  oznacza funkcję, która każdemu dobru ze zbioru  $D$  przyporządkowuje rangę w indywidualnym uporządkowaniu preferencyjnym osoby  $h$ , tj.  $v_h(D_i) > v_h(D_j) \rightarrow D_i R_h D_j$ , gdzie  $R_h$  oznacza relację słabej preferencji  $h$ -tej osoby<sup>2</sup>, zaś  $p_a[v_h(D_i) = k]$  – prawdopodobieństwo przypisane przez dystrybucję  $\wp_a$  podziałowi lub podziałom, w których wyniku osoba  $h$  otrzymuje dobro o randze  $k$ . Zasadę równych szans satysfakcji można zapisać w postaci:

$$\wp_a \in F_{RSS} \leftrightarrow \forall h, g \in G, \forall k \in \{1, \dots, m\} : p_a[v_h(D_i) = k] = p_a[v_g(D_j) = k].$$

Sposób wyznaczania dystrybucji za pomocą reguły równych szans satysfakcji można zilustrować na przykładzie podziału trzech dóbr:  $A, B, C$ , między trzy osoby: Nr 1, Nr 2 i Nr 3. Załóżmy, że preferencje tych osób na zbiorze dzielonych dóbr są następujące:

- Osoba Nr 1:  $A > B > C$   
 Osoba Nr 2:  $B > C > A$   
 Osoba Nr 3:  $A > C > B$

Zgodnie z przyjętym ograniczeniem, że każda osoba otrzymuje dokładnie jedno dobro, zbiór dopuszczalnych podziałów zawiera sześć elementów. Może być on przedstawiony w postaci permutacji zbioru dóbr  $D$  z taką interpretacją, że  $h$ -ty element tej permutacji jest przypisany  $h$ -tej osobie. Poniżej podane zostały rangi dóbr otrzymywanych przez poszczególne osoby określone ze względu na ich indywidualne uporządkowania preferencyjne. Rangę 3 otrzymało dobro najwyższej oceniane, a rangę 1 – dobro oceniane najniżej.

**Tabela 4. Podziały dóbr i rangi dóbr**

Podziały	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$
Osoby	1 2 3	1 2 3	1 2 3	1 2 3	1 2 3	1 2 3
Dobra	A B C	A C B	B A C	B C A	C A B	C B A
Rangi	3 3 2	3 2 1	2 1 2	2 2 3	1 1 1	1 3 3

Oznaczenia podziałów dóbr przyjęte w tabeli 4 będą obowiązywały w dalszych częściach artykułu (z wyjątkiem części 9), natomiast rangi (tj. indywidualne pozycje dóbr) będą zależały od profilu preferencji indywidualnych.

Aby wszyscy uczestnicy podziału mieli takie same prawdopodobieństwo otrzymania dobra zajmującego taką samą pozycję w indywidualnych uporządkowaniach preferencyjnych, dystrybucja musi spełniać następujące warunki:

<sup>2</sup> Relacja  $R_h$  jest relacją binarną, która spełnia warunki: zwrotności, spójności i przechodności.



Prawdopodobieństwo otrzymania dobra ocenianego:

$$\begin{aligned} \text{najwyżej:} & \quad p(x_1) + p(x_2) = p(x_1) + p(x_6) = p(x_4) + p(x_6) \\ \text{średnio:} & \quad p(x_3) + p(x_4) = p(x_2) + p(x_4) = p(x_1) + p(x_3) \\ \text{najniżej:} & \quad p(x_5) + p(x_6) = p(x_3) + p(x_5) = p(x_2) + p(x_5) \end{aligned}$$

Ten układ równań może być zredukowany do:

$$r = p(x_1) = p(x_4)$$

$$s = p(x_2) = p(x_3) = p(x_6)$$

Oznaczając dodatkowo  $t = p(x_5)$ , można następująco zapisać prawdopodobieństwa otrzymania przez osoby Nr 1, Nr 2 i Nr 3 dóbr najwyżej ocenianych przez nie, drugich w kolejności i dóbr ocenianych najniżej.

Prawdopodobieństwo otrzymania dobra ocenianego:

	najwyżej	średnio	najniżej
Osoba Nr 1	$r + s$	$r + s$	$t + s$
Osoba Nr 2	$r + s$	$r + s$	$t + s$
Osoba Nr 3	$r + s$	$r + s$	$t + s$

Jak widać, istnieje tyle dystrybucji zgodnych z zasadą równych szans satysfakcji, ile jest kombinacji liczb:  $r, s, t$ , spełniających następujące warunki (wynikające z własności prawdopodobieństw):

$$2r + 3s + t = 1 \quad \text{oraz} \quad r \geq 0, \quad s \geq 0, \quad t \geq 0.$$

Chociaż wszystkie te dystrybucje zapewniają jednakowe szanse uzyskania dóbr, które zajmują te same pozycje w indywidualnych uporządkowaniach preferencyjnych uczestników podziału, to jednak nie wszystkie są dla nich jednakowo korzystne. Będzie o tym mowa w następnej części. Dla rozważanego wyżej przykładu takie same konsekwencje mają m. in. dystrybucje:

$$s = p(x_2) = p(x_3) = p(x_6) = 1/6, \quad r = p(x_1) = p(x_4) = 1/4, \quad t = p(x_5) = 0,$$

oraz

$$s' = p(x_2) = p(x_3) = p(x_6) = 0, \quad r' = p(x_1) = p(x_4) = 5/12, \quad t' = p(x_5) = 2/12.$$

W sytuacji, gdy uczestnicy podziału będą indyferentni między pewnymi dobrami, istnieje wiele równoważnych sposobów przypisania rang dobrom ze zbioru  $D$  ze względu na ich preferencje. Różnią się one jedynie rangami tych dóbr, wobec których są oni indyferentni. Zasada RSS wyznacza wówczas więcej dystrybucji, a warunek równych szans satysfakcji jest łatwiejszy do spełnienia.

## 5. Równość szans a optymalność

Nie wszystkie dystrybucje wyznaczone przez zasadę RSS są równie korzystne dla uczestników podziału. Ponadto, wśród podziałów, które można wybrać losując podział zgodnie z tymi dystrybucjami, mogą być podziały gorsze w sensie Pareto od innych, dostępnych podziałów.

Szaniawski, już w pierwszym artykule poświęconym tej problematyce *O pojęciu podziału dóbr*, opublikowanym w „Studiach Filozoficznych” w 1966 r., rozważał możliwość uzupełnienia zasady RSS następującym dodatkowym warunkiem:

*Jeżeli pewien podział nie jest optymalny w mocnym sensie Pareto<sup>3</sup>,  
to prawdopodobieństwo jego wyboru powinno być równe zeru.*

Warunek ten można nazwać wymaganiem optymalności *ex post*, gdyż dotyczy on wykluczenia możliwości wyboru takich podziałów, które według mocnego kryterium optymalności Pareto są gorsze od innych dostępnych podziałów.

W pierwszym przykładzie rozważanym w poprzedniej części, podziałami, które nie są optymalne w mocnym sensie Pareto są podziały:  $x_5$  (jest on zdominowany przez wszystkie pozostałe podziały),  $x_2$  (jest zdominowany przez  $x_1$ ) i  $x_3$  (jest zdominowany przez  $x_1$  i  $x_4$ ). Aby spełniony był powyższy, dodatkowy warunek optymalności *ex post* powinno być:  $t = p(x_5) = 0$  oraz  $s = p(x_2) = p(x_3) = 0$ . W konsekwencji, jedyną dystrybucją spełniającą równocześnie zasadę równych szans satysfakcji i dodatkowy warunek optymalności *ex post* jest

$$r = p(x_1) = p(x_4) = 0,5 \qquad s = p(x_2) = p(x_3) = p(x_6) = 0 \qquad t = p(x_5) = 0$$

Dla tej dystrybucji następujące są prawdopodobieństwa otrzymania dóbr ocenianych:

<sup>3</sup> Podział  $x$  nie jest optymalny w mocnym w sensie Pareto, jeżeli istnieje taki podział  $y$ , że dla każdej osoby podział  $x$  jest nie lepszy od podziału  $y$ , a ponadto istnieje przynajmniej jedna osoba dla której podział  $y$  jest lepszy.

	najwyżej	średnio	najniżej
Osoba Nr 1	0,5	0,5	0
Osoba Nr 2	0,5	0,5	0
Osoba Nr 3	0,5	0,5	0

Okazało się jednak, że zasada równych szans satysfakcji oraz powyższy postulat optymalności *ex post* mogą być sprzeczne, tzn. może nie istnieć żadna dystrybucja, która spełnia je jednocześnie. Sprzeczność tę można zilustrować za pomocą następującego przykładu:

Osoba Nr 1:  $A > B > C$

Osoba Nr 2:  $A > B > C$

Osoba Nr 3:  $A > C > B$

Z zasady RSS wynika, że:  $p(x_1) = p(x_4) = p(x_5)$  oraz  $p(x_2) = p(x_3) = p(x_6)$ . Jest nieskończenie wiele dystrybucji zgodnych z tą zasadą, ale wszystkie one prowadzą do identycznych konsekwencji: każdy uczestnik podziału otrzymuje każde dobro z takim samym prawdopodobieństwem, równym 1/3. Na podstawie postulatu optymalności *ex post*:  $p(x_2) = 0$ , ponieważ  $x_2$  jest zdominowany przez  $x_1$ , oraz  $p(x_5) = 0$ , ponieważ  $x_5$  jest zdominowany przez  $x_3$ . W konsekwencji, prawdopodobieństwa wylosowania wszystkich podziałów powinny być równe zero.

Jest oczywiste, że zasada RSS i postulat optymalności *ex post* są zgodne wtedy, gdy konflikt interesów między uczestnikami podziału jest albo maksymalny, albo też minimalny. Maksymalny konflikt interesów występuje wtedy, gdy preferencje wszystkich osób są jednakowe. Z minimalnym konfliktem mamy do czynienia wtedy, gdy każdy uczestnik podziału najwyżej ceni inne dobro. Podany wyżej, pierwszy przykład pokazuje, że łączne spełnienie zasady RSS i postulatu optymalności *ex post* nie jest ograniczone do tych dwu ekstremalnych przypadków. Jednakże, nie jest łatwe znalezienie warunku wystarczającego i koniecznego dla ich zgodności. Częściową odpowiedź na to pytanie zawiera praca Marty Kuc (2000). Zbadała ona wszystkie możliwe profile mocnych preferencji indywidualnych dla  $n = m = 3$  oraz  $n = m = 4$ . Liczba tych profili jest ogromna (odpowiednio: 216 i 331 776). Jednak można je zredukować odpowiednio do 10 i 762 typów. Profile należące do jednego typu różnią się jedynie nazwami dóbr i/lub kolejnością osób. Okazało się, że wśród 10 typów profili  $n = m = 3$  jedynie w 4 przypadkach zasada RSS i postulat optymalności *ex post* były zgodne, a wśród 762 typów profili  $n = m = 4$  zgodność występowała tylko w 121 przypadkach (Kuc 2000:186). Zasadę RSS uzupełnioną warunkiem optymalności *ex post* będziemy oznaczać przez  $RSS-0_{post}$ .

Oceniając dystrybucje wyznaczone za pomocą zasady RSS można wyróżnić wśród nich podzbiór dystrybucji optymalnych w mocnym sensie Pareto. Niektóre dystrybucje zgodne z zasadą RSS są bowiem zdecydowanie gorsze w sensie Pareto od innych (np. dystrybucja  $t = p(x_j) = 1$ , w pierwszym przykładzie rozważanym w poprzedniej części, która z prawdopodobieństwem równym 1 przydziela wszystkim uczestnikom podziału dobra najniżej przez nich oceniane). Zasadę RSS można więc uzupełnić warunkiem optymalności *ex ante*.

*Jeżeli pewna dystrybucja, która jest zgodna z zasadą RSS, nie jest optymalna w mocnym sensie Pareto, to nie powinna należeć do zbioru wybranych dystrybucji.*

Gdy nie są określone kardynalne użyteczności można przyjąć, że dystrybucja  $\rho_a$  nie jest optymalna w mocnym sensie Pareto wówczas, gdy dla wszystkich osób wszystkie prawdopodobieństwa otrzymania dobra zajmującego określoną pozycję (tj. któremu przypisana jest określona ranga) lub dóbr, które zajmują niższe pozycje (mają niższe rangi), są w przypadku dystrybucji  $\rho_a$  większe lub takie same, jak w przypadku innej dystrybucji  $\rho_b$ , a ponadto przynajmniej dla jednej osoby są one większe, tj.

$$\{\forall h \in G, \forall r \in \{1, \dots, m\} : \sum_{k=1}^r p_a[v_h(D_i) = k] \geq \sum_{k=1}^r p_b[v_h(D_i) = k]\} \wedge \\ \wedge \{\exists g \in G, \exists r \in \{1, \dots, m\} : \sum_{k=1}^r p_a[v_g(D_i) = k] > \sum_{k=1}^r p_b[v_g(D_i) = k]\}$$

Zgodnie z lematem Hardy'ego, Littlewooda i Polyi, opublikowanym w 1934 r. (por. Dasgupta, Sen, Starrett 1973: 182 lub Sen 1973: 54), fakt, że dystrybucja  $\rho_a$  jest w powyższym znaczeniu zdominowana w mocnym sensie Pareto przez dystrybucję  $\rho_b$ , oznacza, że dla każdej osoby, niezależnie od tego, jaka jest jej funkcja użyteczności (pod warunkiem, że jest ona ściśle wklęsła), dystrybucja  $\rho_a$  jest gorsza w mocnym sensie Pareto od dystrybucji  $\rho_b$ . W konsekwencji, przy nałożeniu powyższego warunku na indywidualne kardynalne funkcje użyteczności, m.in. wartość oczekiwana użyteczności związanych z dystrybucją  $\rho_a$  jest nie większa od wartości oczekiwanej użyteczności związanych z dystrybucją  $\rho_b$ .

Jest oczywiste, że w zbiorze dystrybucji wyznaczonych przez zasadę RSS zawsze istnieją dystrybucje, które są nie gorsze w mocnym sensie Pareto od innych dystrybucji w tym zbiorze. Mogą to być nawet wszystkie dystrybucje zgodne z tą koncepcją równości i może być ich nieskończenie wiele. Zasadę RSS uzupełnioną warunkiem optymalności *ex ante* będziemy oznaczać przez  $RSS-0_{ante}$ .

## 6. Zasada równych szans wyboru

Druga koncepcja równości, również zakładająca jednakowe, symetryczne traktowanie uczestników podziału, nie wymaga, aby wszystkie osoby miały jednakowe szanse satysfakcji, a jedynie, aby miały one równe szanse dokonywania wyboru dóbr.

*Zasada równych szans wyboru (RSW)* jest realizowana za pomocą algorytmu polegającego na dokonywaniu wyboru dóbr ze zbioru  $D$  kolejno przez uczestników podziału. Każdy uczestnik podziału wybiera jedno, najwyżej oceniane dobro z podzbioru dóbr, które pozostały po dokonaniu wyboru przez jego poprzedników. Oczywiście jest, że w najlepszej sytuacji jest osoba, która dokonuje wyboru jako pierwsza. W sytuacji, gdy liczba dóbr jest równa liczbie osób  $m = n$ , wybór ostatniego uczestnika podziału jest w pełni zdeterminowany przez wybory jego poprzedników (o ile słowo „wybór” jest tu odpowiednie). Jeżeli natomiast  $m < n$  osoby, które dokonują wyboru jako  $m + 1, m + 2, \dots, n$ -te z kolei nie otrzymują żadnego dobra. Jeżeli natomiast  $m > n$ , wybory dóbr są powtarzane.

Niech  $t$  oznacza permutację zbioru osób  $G$  określającą kolejność, w jakiej uczestnicy podziału dokonują wyboru dóbr, natomiast  $T$  – zbiór wszystkich możliwych permutacji tego typu. Realizacja opisanego wyżej algorytmu, przy ustalonej permutacji  $t$ , wyznacza pewien podział dóbr. Sposób przyporządkowania permutacjom ze zbioru  $T$  podziałów ze zbioru  $X$  będziemy oznaczać za pomocą funkcji  $q: T \rightarrow X$ . W sytuacji, gdy osobiste preferencje uczestników podziału na zbiorze dóbr  $D$  są mocnymi porządkami, istnieje tylko jedna funkcja  $q$ , w przeciwnym przypadku – istnieje skończony zbiór takich funkcji  $Q = \{q_1, \dots, q_w\}$ .

Symetryczne traktowanie wszystkich uczestników podziału jest w zasadzie RSW zagwarantowane przez zapewnienie każdemu z nich takiego samego prawdopodobieństwa, że będzie dokonywał wyboru jako  $k$ -ty z kolei ( $k = 1, \dots, n$ ). Inaczej mówiąc, zasada równych szans wyboru przypisuje każdej permutacji określającej kolejność, w jakiej uczestnicy podziału dokonują wyboru dóbr, takie samo prawdopodobieństwo równe  $1/n!$ .

$$\wp_a \in F_{RSW} \leftrightarrow \exists q \in Q, \forall x \in X : \wp_a(x) = \frac{1}{n!} \sum_{t \in T} \Lambda_x(t)$$

gdzie:

$\Lambda_x$  – oznacza funkcję wskaźnikową, tzn.

$$\Lambda_x(t) = \begin{cases} 1 & \text{gdy } q(t) = x \\ 0 & \text{gdy } q(t) \neq x \end{cases}$$

Zastosowanie zasady równych szans wyboru można zilustrować wykorzystując tę samą, opisaną wyżej, sytuację podziału trzech dóbr między trzy osoby o następującym profilu preferencji indywidualnych:

Osoba Nr 1:  $A > B > C$

Osoba Nr 2:  $B > C > A$

Osoba Nr 3:  $A > C > B$

Poniżej dobra wybrane zostały wypisane w stałym porządku: na pierwszym miejscu dobro wybrane przez osobę Nr 1, na drugim – przez osobę Nr 2, a na trzecim – przez osobę Nr 3.

Kolejność wyboru	Dobra wybrane	Podział dóbr	Prawdopodobieństwo
1 2 3	A B C	$x_1$	1/6
1 3 2	A B C	$x_1$	1/6
2 1 3	A B C	$x_1$	1/6
2 3 1	B C A	$x_4$	1/6
3 1 2	C B A	$x_6$	1/6
3 2 1	C B A	$x_6$	1/6

A zatem wybraną dystrybucją jest:

$$p(x_1) = 3/6$$

$$p(x_2) = 0$$

$$p(x_3) = 0$$

$$p(x_4) = 1/6$$

$$p(x_5) = 0$$

$$p(x_6) = 2/6$$

Wyznacza ona następujące prawdopodobieństwa otrzymania poszczególnych dóbr przez poszczególne osoby.

Prawdopodobieństwo otrzymania dobra ocenianego:

	najwyżej	średnio	najniżej
Osoba Nr 1	3/6	1/6	2/6
Osoba Nr 2	5/6	1/6	0
Osoba Nr 3	3/6	3/6	0

Zasada równych szans wyboru może wyznaczać jedną dystrybucję (w sytuacji, gdy osobiste preferencje uczestników podziału na zbiorze dóbr są mocnymi porząd-

kami) lub skończony zbiór dystrybucji (gdy w indywidualnych preferencjach występują indyferencje). Wszystkie podziały wybrane według tej zasady są optymalne Pareto w sensie słabym<sup>4</sup>. W przypadku, gdy osobiste preferencje na zbiorze dóbr  $D$  nie są mocnymi porządkami, niektóre z nich mogą nie być optymalne Pareto w sensie mocnym. W konsekwencji, niektóre dystrybucje wyznaczone według zasady *RSW* mogą nie być optymalne w sensie mocnym.

## 7. Porównanie obu probabilistycznych zasad równości

Zbiory dystrybucji wyznaczone według zasad *RSS* i *RSW* mogą być zbiorami rozłącznymi. Wskazuje to na istotne różnice między tymi dwiema egalitarnymi koncepcjami sprawiedliwości.

Dla ilustracji porównajmy prawdopodobieństwa otrzymania dóbr wyznaczone za pomocą zasad *RSS* i *RSW* w sytuacji, gdy preferencje osobiste trzech osób na zbiorze trzech dóbr są mocnymi porządkami. Są one zestawione w tabeli 5. Zasada równych szans wyboru zapewnia osobom o identycznych preferencjach takie same prawdopodobieństwa otrzymania tych samych dóbr. Jednak osoby o nietypowych preferencjach mają większe prawdopodobieństwa otrzymania dóbr bardziej pożądaných.

Dla tych profili w tabeli 5, dla których zasada *RSS* wyznacza dystrybucje, które są zgodne z warunkiem optymalności *ex post* (są to profile 1, 2, 9 i 10), dystrybucje spełniające warunek optymalności *ex ante* są identyczne z dystrybucjami wyznaczonymi za pomocą zasady *RSW* (profile 1, 9 i 10) lub nieporównywalne z nimi (profil 2). Ten ostatni przykład ilustruje fakt, że zbiory dystrybucji wyznaczone według zasad *RSS* i *RSW* mogą być zbiorami rozłącznymi. Dla żadnego z tych profili zasada *RSW* nie wyznaczała dystrybucji lepszych w sensie Pareto od optymalnych dystrybucji wyznaczonych za pomocą zasady *RSS*. Podobny wniosek wynika również z analiz wykonanych przez M. Kuc (2000: 186) dla profili mocnych preferencji w sytuacji, gdy  $n = m = 4$ . Na 121 typów profili preferencji, dla których zasada *RSS* i warunki optymalności *ex post* są zgodne, optymalne dystrybucje wyznaczone przez tę zasadę były w 39 przypadkach nieporównywalne z dystrybucjami wyznaczonymi za pomocą zasady *RSW*, w 70 przypadkach – takie same, a w 12 przypadkach – lepsze.

Przykład profilu, dla którego optymalna dystrybucja wyznaczona za pomocą zasady *RSS* jest lepsza w sensie Pareto od dystrybucji wyznaczonej za pomocą zasady *RSW* jest następujący.

<sup>4</sup> Podział  $x$  jest optymalny w słabym w sensie Pareto, jeżeli nie istnieje taki podział  $y$ , że dla każdej osoby podział  $y$  jest lepszy od podziału  $x$ .

Osoba Nr 1:  $A > B > C > D$

Osoba Nr 2:  $A > D > C > B$

Osoba Nr 3:  $C > B > A > D$

Osoba Nr 4:  $C > D > A > B$

Zgodnie z zasadą RSW wybierane są jedynie podziały:

$$\begin{array}{lll} x_1 = [A,B,C,D], & x_2 = [A,D,B,C], & x_3 = [A,D,C,B], \\ x_4 = [B,A,C,D], & x_5 = [B,A,D,C], & x_6 = [D,A,B,C], \end{array}$$

z następującymi częstościami:

$$\begin{array}{lll} p(x_1) = 3/24, & p(x_2) = 6/24, & p(x_3) = 3/24, \\ p(x_4) = 6/24, & p(x_5) = 3/24, & p(x_6) = 3/24. \end{array}$$

Dla tej dystrybucji następujące są prawdopodobieństwa otrzymania dóbr ocenianych:

	najwyżej	jako drugie	jako trzecie	najniżej
Osoba Nr 1	12/24	9/24	0	3/24
Osoba Nr 2	12/24	9/24	0	3/24
Osoba Nr 3	12/24	9/24	0	3/24
Osoba Nr 4	12/24	9/24	0	3/24

Jest to również jedna z dystrybucji zgodnych z zasadą RSS. Jednak optymalna (zarówno *ex post*, jak i *ex ante*) dystrybucja wyznaczona według tej zasady jest następująca:  $p(x_2) = 12/24$  i  $p(x_4) = 12/24$ . Zgodnie z tą dystrybucją dla każdej osoby prawdopodobieństwa otrzymania dobra ocenianego najwyżej i ocenianego jako drugie są takie same, równe 12/24. W tym przypadku rozwiązanie według zasady RSW jest gorsze od optymalnego rozwiązania zgodnego z zasadą RSS.

Również nieoptymalna *ex post* dystrybucja wyznaczona według zasady RSS nie musi być gorsza w sensie Pareto od dystrybucji wyznaczonej według zasady RSW. Na przykład dystrybucja, która dla profilu 3 w tabeli 5 wyznacza z prawdopodobieństwem równym jeden podział  $[B,C,A]$ , podział zapewniający wszystkim osobom dobro oceniane jako drugie, zdominowany w mocnym sensie Pareto np. przez podział  $[A,C,B]$ , jest nieporównywalna z dystrybucją wyznaczoną za pomocą zasady RSW.



W przypadkach, w których zasada RSS nie jest zgodna z warunkiem optymalności *ex post* (np. dla szeregu profili z tabeli 5) dystrybucje wyznaczone przez zasadę RSW mogą być i na ogół są lepsze w mocnym sensie Pareto od dystrybucji wyznaczonych za pomocą zasady RSS.

**Tabela 5. Prawdopodobieństwa otrzymania dóbr za pomocą zasad RSS i RSW dla wszystkich typów profili mocnych preferencji, w których  $n = m = 3$**

Typ profilu preferencji	Zasada RSW			Zasada RSS			Istnieje $RSS-O_{post}^?$
	Prawdopodobieństwa otrzymania dobra ocenianego						
	najwyżej	średnio	najniżej	najwyżej	średnio	najniżej	
<b>Profil 1</b>							
Nr 1: $A > B > C$	1	0	0	$r + t$	$s + t$	$s + t$	tak
Nr 2: $B > C > A$	1	0	0	$r + t$	$s + t$	$s + t$	
Nr 3: $C > B > A$	1	0	0	$r + t$	$s + t$	$s + t$	
<b>Profil 2</b>							
Nr 1: $A > B > C$	3/6	1/6	2/6	$r + s$	$r + s$	$r + t$	tak
Nr 2: $B > C > A$	5/6	1/6	0	$r + s$	$r + s$	$r + t$	
Nr 3: $A > C > B$	3/6	3/6	0	$r + s$	$r + s$	$r + t$	
<b>Profil 3</b>							
Nr 1: $A > B > C$	5/6	0	1/6	$r + s$	$r + t$	$r + s$	nie
Nr 2: $B > C > A$	3/6	3/6	0	$r + s$	$r + t$	$r + s$	
Nr 3: $B > A > C$	3/6	1/6	2/6	$r + s$	$r + t$	$r + s$	
<b>Profil 4</b>							
Nr 1: $A > B > C$	3/6	1/6	2/6	$r + s$	$r + s$	$r + s$	nie
Nr 2: $A > B > C$	3/6	1/6	2/6	$r + s$	$r + s$	$r + s$	
Nr 3: $B > C > A$	4/6	2/6	0	$r + s$	$r + s$	$r + s$	
<b>Profil 5</b>							
Nr 1: $A > B > C$	1/2	1/2	0	$r + s$	$r + s$	$r + s$	nie
Nr 2: $A > B > C$	1/2	1/2	0	$r + s$	$r + s$	$r + s$	
Nr 3: $C > A > B$	1	0	0	$r + s$	$r + s$	$r + s$	
<b>Profil 6</b>							
Nr 1: $A > B > C$	1/2	1/2	0	$r + s$	$r + s$	$r + s$	nie
Nr 2: $A > B > C$	1/2	1/2	0	$r + s$	$r + s$	$r + s$	
Nr 3: $C > B > A$	1	0	0	$r + s$	$r + s$	$r + s$	
<b>Profil 7</b>							
Nr 1: $A > B > C$	2/6	3/6	1/6	$r + s$	$r + s$	$r + s$	nie
Nr 2: $A > B > C$	2/6	3/6	1/6	$r + s$	$r + s$	$r + s$	
Nr 3: $A > C > B$	2/6	4/6	0	$r + s$	$r + s$	$r + s$	
<b>Profil 8</b>							
Nr 1: $A > B > C$	3/6	1/6	2/6	$r + s$	$r + s$	$r + s$	nie
Nr 2: $A > B > C$	3/6	1/6	2/6	$r + s$	$r + s$	$r + s$	
Nr 3: $B > A > C$	4/6	0	2/6	$r + s$	$r + s$	$r + s$	
<b>Profil 9</b>							
Nr 1: $A > B > C$	1	0	0	$r + s$	$t + s$	$v + s$	tak
Nr 2: $B > C > A$	1	0	0	$r + s$	$t + s$	$v + s$	
Nr 3: $C > A > B$	1	0	0	$r + s$	$t + s$	$v + s$	
<b>Profil 10</b>							
Nr 1: $A > B > C$	1/3	1/3	1/3	$r + s$	$r + s$	$r + s$	tak
Nr 2: $A > B > C$	1/3	1/3	1/3	$r + s$	$r + s$	$r + s$	
Nr 3: $A > B > C$	1/3	1/3	1/3	$r + s$	$r + s$	$r + s$	

Litery  $r, s, t, v$  oznaczają prawdopodobieństwa podziałów, które muszą być jednakowe, aby spełniony był warunek RSS dla danego profilu. Ich wartości mogą być różne, ale muszą sumować się w danym wierszu do 1. W zależności od profilu te prawdopodobieństwa są przypisane różnym podziałom.

Problem relacji między dwiema probabilistycznymi zasadami równości sformułowanymi przez Szaniawskiego, a także między dwiema wersjami zasady RSS, uzupełnionej przez warunki optymalności *ex post* i *ex ante*, jest problemem otwartym i wymaga dalszego badania.

## 8. Zasady Szaniawskiego a postulaty proporcjonalności i braku zazdrości

Optymalność nie jest jedynym dodatkowym postulatem, którego spełnienia chciałoby się oczekiwać od egalitarnych zasad sprawiedliwości. Rozważymy dwa dodatkowe postulaty: proporcjonalność i brak zazdrości, których spełnienie mogłoby sprzyjać akceptacji zasady podziału i ograniczać lub eliminować naturalne napięcia i konflikty związane z podziałem dóbr. Nie były one analizowane przez Szaniawskiego, a dopiero później (Lissowski 1985, Kuc 2000).

*Postulat proporcjonalności* wymaga, aby każdy z  $n$  uczestników podziału ocenił swój udział w podziale jako nie mniejszy niż  $1/n$  wartości całego zbioru dóbr. Dla oceny spełnienia tego postulatu na ogół potrzebna jest znajomość użyteczności poszczególnych dóbr dla uczestników podziału, a w sytuacji większej liczby dóbr – użyteczności podzbiorów zbioru dóbr lub przyjęcie założenia o addytywności użyteczności dóbr. W przypadku probabilistycznych metod podziału postulat proporcjonalności – jako postulat wobec ustalonej dystrybucji – odnosi się do wartości oczekiwanej użyteczności.

Aby konkretny, deterministyczny podział dóbr mógł spełniać postulat proporcjonalności preferencje uczestników podziału powinny różnić się bardzo znacznie i powinni oni otrzymywać wysoko cenione przez siebie dobra. Mogłoby być on spełniony również wtedy, gdyby wszystkie dobra były jednakowo oceniane przez wszystkich uczestników podziału, a ich liczba – równa liczbie osób (lub jej krotności).

Jeżeli oceny dóbr są wyrażone jedynie w postaci osobistych preferencji, a nie przez przypisanie im konkretnych użyteczności, które dodatkowo spełniają postulat addytywności, trudno jest ocenić, jaką wartość dla poszczególnych osób przedstawia cały zbiór dzielonych dóbr. Jednak w przypadku probabilistycznych metod podziału nie uniemożliwia to stwierdzenia – przynajmniej dla niektórych dystrybucji - czy spełniają one postulat proporcjonalności. W sytuacji, gdy – jak w przypadku modelu rozważanego przez Szaniawskiego – liczba dóbr  $m$  jest równa liczbie uczestników podziału  $n$ , postulat proporcjonalności spełniają takie dystrybucje  $\rho^*$ , które każdej osobie przyznają każde z dóbr z takim samym prawdopodobieństwem równym  $1/n$ . Jest oczywiste, że dystrybucje  $\rho^*$ , są zgodne z zasadą RSS. Oczywiście nie wszystkie dystrybucje wyznaczone przez zasadę RSS muszą spełniać postulat proporcjonalności

(np. nie spełnia go dystrybucja  $t = p(x_3) = 1$  dla profilu 2 w tabeli 4, która z prawdopodobieństwem równym 1 przydziela wszystkim uczestnikom podziału dobra najniżej przez nich oceniane). Można zadać pytanie, czy wszystkie dystrybucje spełniające dodatkowo jakąś wersję postulatu optymalności (a więc należące do zbioru dystrybucji zgodnych z  $RSS-O_{post}$  lub  $RSS-O_{ante}$ ), zawsze spełniają postulat proporcjonalności?

Odpowiedź jest pozytywna. Dystrybucje wyznaczone według zasady  $RSS-O_{ante}$  zawsze zapewniają wszystkim uczestnikom podziału nie mniejsze wartości oczekiwane użyteczności niż dystrybucja  $\rho^*$ , a ta dystrybucja gwarantuje spełnienie postulatu proporcjonalności. Są bowiem optymalne w mocnym sensie Pareto w zbiorze do którego należy dystrybucja  $\rho^*$ . Również wszystkie dystrybucje wyznaczone według zasady  $RSS-O_{post}$  spełniają postulat proporcjonalności. Eliminują bowiem takie podziały dla których istnieją podziały lepsze w mocnym sensie Pareto.

Także dystrybucje wyznaczone za pomocą zasady  $RSW$  spełniają ten postulat. Gwarantuje to metoda ich konstruowania, która zapewnia, że wybrane podziały są optymalne Pareto w sensie słabym, chociaż w przypadku występowania indyferencji nie muszą być optymalne w sensie mocnym. W konsekwencji niektóre dystrybucje wyznaczone według zasady  $RSW$  mogą nie być optymalne w sensie mocnym. Będą jednak dla wszystkich uczestników podziału nie gorsze od dystrybucji  $\rho^*$ .

Postulat braku zazdrości na ogół jest przedstawiany w postaci zaproponowanej przez Duncana K. Foleya (1967). Wymaga on, aby żaden uczestnik podziału nie zazdrościł drugiemu jego udziału w podziale dóbr. Podobnie, jak w przypadku postulatu proporcjonalności, konkretny, deterministyczny podział mógłby spełniać ten postulat jedynie w wyjątkowych sytuacjach (np. gdyby uczestnicy podziału różnili się znacznie w ocenach dóbr, zwłaszcza tych najwyżej ocenianych). W przypadku probabilistycznego podziału dóbr postulat braku zazdrości jest spełniony wtedy, gdy każda z osób uważa, że dystrybucja jest dla niej nie mniej korzystna niż dla innych osób, tzn. prawdopodobieństwa otrzymania przez nią każdego dobra lub dóbr bardziej przez nią pożądaných, są nie mniejsze niż prawdopodobieństwa otrzymania tych samych dóbr przez każdego z pozostałych uczestników podziału.

Dystrybucje  $\rho^*$  zawsze spełniają postulat braku zazdrości. Zbiory dystrybucji, które spełniają ten postulat, i tych, które wyznacza zasada  $RSS$  mają więc zawsze co najmniej jeden element wspólny. Wiele dystrybucji wyznaczonych przez zasadę  $RSS$ , nie jest wolnych od zazdrości. Przykładem może być dystrybucja dla profilu 2 z tabeli 5, która z prawdopodobieństwem równym 1 przydziela wszystkim uczestnikom podziału najniżej przez nich oceniane dobra. W takiej sytuacji każdy z uczestników zazdrości każdemu innemu. Wszyscy skorzystają, jeśli wymienią dobra między sobą. Pozbawiona zazdrości nie jest również dystrybucja dla profilu 3, która wszystkim uczest-

nikom przypisuje z prawdopodobieństwem równym 1 dobra znajdujące się na drugim miejscu w ich indywidualnych uporządkowaniach preferencyjnych.

Nie wszystkie dystrybucje zgodne z zasadą  $RSS-O_{post}$  są wolne od zazdrości. Ilustruje to następujący przykład.

Osoba Nr 1:  $A > B > C > D$

Osoba Nr 2:  $A > C > D > B$

Osoba Nr 3:  $B > A > C > D$

Osoba Nr 4:  $B > C > D > A$

Łatwo można zauważyć, że dla dystrybucji zgodnej z tą zasadą:  $p(x_1) = p(x_2) = 1/2$ , gdzie  $x_1 = [A, D, C, B]$ , a  $x_2 = [C, A, B, D]$ , następujące są prawdopodobieństwa otrzymania dóbr ocenianych:

	najwyżej	jako drugie	jako trzecie	najniżej
Osoba Nr 1	1/2	0	1/2	0
Osoba Nr 2	1/2	0	1/2	0
Osoba Nr 3	1/2	0	1/2	0
Osoba Nr 4	1/2	0	1/2	0

Widać, że osoba Nr 2 będzie zazdrościła osobie Nr 1.

Także nie wszystkie dystrybucje zgodne z zasadą  $RSS-O_{ante}$  są wolne od zazdrości.

Gdy preferencje osobiste na zbiorze dóbr nie zawierają indyferencji, dystrybucja wyznaczona przez zasadę  $RSW$ , w sposób oczywisty ze względu na metodę konstruowania, jest wolna od zazdrości. Również w sytuacji, gdy występują indyferencje, a osoby indyferentne wybierają dobra losowo spośród jednakowo cenionych, wyznaczone dystrybucje są wolne od zazdrości. Jednak, gdy wybory osób indyferentnych są tendencyjne na niekorzyść jakiegoś uczestnika podziału, a zwłaszcza wtedy, gdy te tendencyjne wybory są skoordynowane, to wybrana dystrybucja może nie być wolna od zazdrości. Ilustruje to następujący przykład, w którym osoba Nr 1 jest indyferentna między wszystkimi dobrami (oznaczamy to za pomocą łącznika między jednakowo ocenianymi dobrami w uporządkowaniu preferencyjnym) i znając kolejność dokonywania wyborów – wybiera dobra w sposób niekorzystny dla osoby Nr 3, a korzystny dla osoby Nr 2.

Osoba Nr 1:  $A - B - C$

Osoba Nr 2:  $C > A > B$

Osoba Nr 3:  $C > A > B$

Kolejność wyboru	Dobra wybrane	Podział dóbr	Prawdopodobieństwo
1 2 3	A C B	$x_2$	1/6
1 3 2	C B A	$x_6$	1/6
2 1 3	A C B	$x_2$	1/6
2 3 1	B C A	$x_4$	1/6
3 1 2	B A C	$x_3$	1/6
3 2 1	B A C	$x_3$	1/6

A zatem wybraną dystrybucją jest:

$$p(x_1) = 0, \quad p(x_2) = 2/6, \quad p(x_3) = 2/6,$$

$$p(x_4) = 1/6, \quad p(x_5) = 0, \quad p(x_6) = 1/6.$$

Dla osób Nr 2 i Nr 3, które mają identyczne preferencje, podane niżej prawdopodobieństwa otrzymania poszczególnych dóbr powodują, że osoba Nr 3 będzie zazdrościła osobie Nr 2.

Prawdopodobieństwo otrzymania dobra ocenianego:

	najwyżej	średnio	najniżej
Osoba Nr 2	3/6	2/6	1/6
Osoba Nr 3	2/6	2/6	2/6

Zasada RSW zawsze wyznacza co najmniej jedną dystrybucję pozbawioną zazdrości. Można więc traktować ją jako prosty i skuteczny sposób wyznaczania dystrybucji wolnych od zazdrości.

## 9. Eksperymentalne badanie zasad równości Szaniawskiego

Obie probabilistyczne zasady równości Szaniawskiego były przedmiotem badania eksperymentalnego przeprowadzonego przez autora. Wyniki zostały przedstawione w innym artykule (1992). Eksperyment pt. „Oceny i wybory” został przeprowadzony w 48 trzyosobowych grupach. Ogółem badaną próbę stanowiły 144 osoby. Do części eksperymentu poświęconej zasadom Szaniawskiego wybrano najprostszą, a zarazem teoretycznie interesującą sytuację – podział spadku składającego się z trzech niepo-

dzielnych dóbr między trzech synów spadkodawcy: Adama Jana, i Piotra. Dobrami tymi były:  $M$  – mieszkanie własnościowe,  $D$  – dom letniskowy z dużą działką i  $S$  – samochód osobowy dobrej zachodniej marki. Zakładano, że każdy z synów ma otrzymać dokładnie jedno z tych dóbr. Jediną informacją o synach były ich preferencje określone na tym trzelementowym zbiorze dóbr. Eksperyment przeprowadzono w 4 wersjach różniących się profilami preferencji synów. Były to profile 2, 3, 4 i 6 z tabeli 5.

Zbadanie, w jakim stopniu probabilistyczne metody podziału dóbr, a zwłaszcza dwie zasady równości sformułowane przez Szaniawskiego, są akceptowane przez ludzi, było zadaniem trudnym, gdyż wymagało zrozumienia przez osoby badane bardzo złożonego pojęcia, jakim jest dystrybucja. Aby nauczyć osobę badaną tego pojęcia, przedstawiano jej pewną procedurę losowego podziału spadku. Polegała ona na tym, że każdy z synów wrzuca do urny kartki z numerami tych podziałów, które skłonny jest zaakceptować, a następnie losowo wybiera się z urny jedną kartkę z numerem podziału, według którego ma być dokonany ostateczny podział dóbr między synów. Osoby badane poinformowano, że jest sześć różnych dopuszczalnych podziałów spadku, w których każdy z synów otrzymuje jedno z dzielonych dóbr.

Każdej osobie badanej przedstawiono tylko jeden profil preferencji synów. W imieniu każdego z synów porządkowała ona podziały od najlepszego do najgorszego, podejmowała decyzję, które podziały uznać za możliwe do zaakceptowania z punktu widzenia danego syna i wrzucała do urny kartki z ich numerami. Następnie wyznaczała dystrybucję, tj. zliczała, ile kartek z numerami poszczególnych podziałów znajdowało się w urnie, gdyby wszyscy trzej synowie wrzucili do urny kartki z numerami tych podziałów, które ona w ich imieniu uznała za możliwe do zaakceptowania. Na podstawie tego składu urny osoba badana obliczała, jakie szanse miałby każdy z synów na wylosowanie z urny kartki z numerem takiego podziału, w którym otrzymuje dobro najwyższe przez siebie cenione, dobro drugie w kolejności i dobro najniższe oceniane.

Wyznaczony skład urny, który jest pewną formą przedstawienia dystrybucji, był porównywany dalej z dwoma innymi składami urny, które można było otrzymać w taki sam sposób. Osoba badana oceniała, czy skład urny wyznaczony przez jej wybory na miejscu synów (dokładniej: związane z tym składem urny prawdopodobieństwa otrzymania dóbr) jest bardziej, tak samo, czy też mniej sprawiedliwy od dwóch innych przedstawionych jej składów urn. Uzasadnienie tej oceny pozwalało stwierdzić, czy osoba badana właściwie zrozumiała pojęcie dystrybucji. Osoba badana oceniała również sprawiedliwość podziałów dóbr i porządkowała je od najsprawiedliwszego do najmniej sprawiedliwego.

Składy urn przedstawiane dodatkowo osobie badanej były wybrane w sposób nieprzypadkowy. Były one wyznaczone za pomocą dwóch zasad równości Szaniawskiego:  $RSS$  i  $RSW$ . Ponieważ dla profili 2 i 3 zasada  $RSS$  wyznacza całą klasę dystrybu-

cji, o różnych konsekwencjach, postanowiono dla profilu 2 przedstawić osobom badanym dystrybucję spełniającą zarówno warunek optymalności *ex post*, jak i *ex ante*, a dla profilu 3 dystrybucję, która z prawdopodobieństwem 1 przyznaje każdemu z synów dobro oceniane przez niego jako drugie w kolejności. Osoba badana miała następnie ocenić, który z tych dwu układów szans jest sprawiedliwszy. Był to pierwszy, pośredni, sposób badania, którą z tych dwu zasad uważają ludzie za sprawiedliwszą. Polegał on na porównaniu konsekwencji ich zastosowania.

Drugi sposób porównania obu zasad miał charakter bezpośredni. Osobom badanym przedstawiano opis obu zasad w stylizacji dostosowanej do problemu podziału spadku. Osoby badane oceniały, która z dwu przedstawionych niżej procedur podziału spadku jest sprawiedliwsza. Oto one:

**Procedura I.** Pierwsza procedura polega na losowym wyborze kartki z numerem podziału z takiej urny, która zapewnia każdemu synowi:

- taką samą szansę otrzymania tego dobra, które on ocenia najwyżej,
- taką samą szansę otrzymania tego dobra, które on ocenia jako drugie w kolejności,
- taką samą szansę otrzymania tego dobra, które on ocenia najniżej.

Procedura ta gwarantuje więc Adamowi, Janowi i Piotrowi równe szanse otrzymania tych dóbr, które zajmują w ich ocenach taką samą pozycję.

**Procedura II.** Druga procedura polega na losowym określeniu kolejności, w jakiej synowie dokonują wyboru dóbr. Pierwszy, losowo wybrany syn, wybiera spośród wszystkich dóbr to, które ocenia najwyżej. Następnie wybiera się losowo jednego z dwóch pozostałych synów. Z dwóch pozostałych dóbr wybiera on to, które ocenia wyżej. Ostatni, trzeci syn, otrzymuje pozostałe dobro.

Procedura ta gwarantuje Adamowi, Janowi i Piotrowi równe szanse dokonywania wyboru dóbr jako osoba pierwsza, druga i trzecia.

Dwa sposoby porównania dwóch sformułowanych przez Szaniawskiego zasad równości dały różne wyniki.

Porównując bezpośrednio obie zasady ok. 55% badanych osób uznało za sprawiedliwszą zasadę równych szans satysfakcji, ok. 12% - uznało za sprawiedliwszą zasadę równych szans wyboru, ponad 22% uznało obie zasady za jednakowo sprawiedliwe, a ok. 11% nie miało opinii w tej sprawie. Szczegółowe dane przedstawia tabela 6. Wynik ten nie wydaje się zaskakujący. Społeczeństwo polskie znane jest ze swoich postaw egalitarnych, rozumianych właśnie jako równość stopnia (szans) satysfakcji (Nowak 1988).

**Tabela 6. Związek między bezpośrednią a pośrednią oceną dwu zasad równości**

Metoda pośrednia:	Metoda bezpośrednia:				Razem	
Sprawiedliwszy jest skład:	Sprawiedliwsza jest zasada					
	RSS	jednakowo	RSW	brak opinii		
urny RSS	33	14	5	3	55	38.7
jednakowo	3	1	0	0	4	2.8
urny RSW	25	10	11	7	53	37.3
brak opinii	17	7	1	5	30	21.1
Razem	79	32	17	16	142	
	54.9	22.2	11.8	11.1		100.0

Źródło: Lissowski, 1992: 161.

Porównując konsekwencje zastosowania obu zasad, tj. składy urn wyznaczone za ich pomocą, ok. 40% osób uznało za sprawiedliwszy skład urny wyznaczony za pomocą zasady RSS i tyle samo – skład urny wyznaczony za pomocą zasady RSW. Ok. 20% badanych osób nie miało opinii w tej sprawie. Wynik ten również nie jest zaskakujący. Można go wyjaśnić odwołując się do opisanego wcześniej wyboru profilu preferencji. Jak pamiętamy, dla profilu 2 zasada RSS, uzupełniona o oba warunki optymalności, wyznacza bardzo wysokie i oczywiście jednakowe dla wszystkich uczestników prawdopodobieństwa otrzymania dóbr wysoko ocenianych. Prawdopodobieństwa otrzymania najniżej ocenianych dóbr są równe zero. Dla tego profilu prawdopodobieństwa otrzymania dóbr wyznaczone przez zasadę równych szans wyboru są zróżnicowane. Dla profilu preferencji 6 zasada RSW dawała bardzo wysokie, lecz nierówne szanse otrzymania wysoko cenionych dóbr, natomiast zasada RSS – takie same prawdopodobieństwa otrzymania każdego dobra. Dla profili 3 i 4 różnice między szansami wyznaczonymi za pomocą obu zasad były mniejsze. Zasada RSW wyznaczała jednak układy szans nieco korzystniejsze dla wszystkich uczestników podziału. Różnice te ujawniają się w ocenach osób uczestniczących w różnych wersjach eksperymentu (por. tabela 7).

Różnice ocen porównywania urn wyznaczonych za pomocą obu zasad dla wybranych do eksperymentu profili preferencji wyjaśnia dodatkowo szczegółowa analiza konsekwencji poszczególnych podziałów i dokonanych przez osoby badane ocen ich sprawiedliwości. Przedstawia je tabela 8. Dominującym kryterium oceny sprawiedli-

**Tabela 7. Oceny składów dwóch urn wyznaczonych za pomocą zasad: RSS i RSW**

Metoda pośrednia:	Profil preferencji				Razem	
Sprawiedliwszy jest skład:	2	3	4	6		
	urny RSS	18	13	15	9	55
jednakowo	3	0	1	0	4	2.8
urny RSW	3	14	14	22	53	37.3
brak opinii	11	8	6	5	30	21.1
Razem	35	35	36	36	142	
	24.6	24.6	25.4	25.4		100.0

Źródło: Lissowski, 1992: 162.



wości podziałów są korzyści uczestników podziału. Równość konsekwencji podziałów ma znaczenie drugoplanowe, ale większe, gdy podziały zapewniają większe korzyści. Wyraźnie jest to widoczne w indywidualnych wyborach podziałów (nie prezentowanych w tabeli 8). Osoby, których korzyści w wyniku podziałów są wysokie lub średnie, przy porównywaniu podziałów częściej akceptują podziały zapewniające innym wyższe korzyści, natomiast osoby, których korzyści są niskie – rzadziej akceptują takie podziały, które innym zapewniają wyższe korzyści (por: Lissowski, 1994: 184).

Wynikiem zaskakującym jest fakt, że oceny obu zasad uzyskane dwiema metodami: bezpośrednią i pośrednią, są niezależne stochastycznie. Dokładniej mówiąc, hipotezy o niezależności stochastycznej tych ocen nie można odrzucić (chi-kwadrat = 11.03, df = 9). Oznacza to, że częstości osób deklarujących określoną ocenę obu zasad przy ich bezpośrednim porównaniu są w przybliżeniu takie same w grupach osób różniących się opinią na temat sprawiedliwości składów urn wyznaczonych za pomocą tych dwu zasad. Warto podkreślić, że rezultat ten nie może być interpretowany jako konsekwencja losowego odpowiadania na pytania dotyczące porównań obu zasad. Odpowiedzi osób badanych były wewnętrznie spójne. W przypadkach,

**Tabela 8. Konsekwencje i oceny stopnia sprawiedliwości podziałów dóbr**

Profil	Konsekwencje i oceny sprawiedliwości podziałów	Podziały dóbr					
		$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$
2	Konsekwencje podziału dla:						
	Adama	N	N	W	W	S	S
	Jana	N	S	W	S	W	N
	Piotra	N	S	N	W	S	W
	Mediany ocen stopnia sprawiedliwości podziałów	1,0	2,5	4,0	5,5	4,5	3,0
3	Konsekwencje podziału dla:						
	Adama	N	N	W	W	S	S
	Jana	W	N	S	N	S	W
	Piotra	N	S	N	W	S	W
	Mediany ocen stopnia sprawiedliwości podziałów	1,5	2,0	3,0	4,0	5,0	5,5
4	Konsekwencje podziału dla:						
	Adama	W	W	S	S	N	N
	Jana	W	S	N	S	N	W
	Piotra	N	S	N	W	S	W
	Mediany ocen stopnia sprawiedliwości podziałów	3,5	5,5	1,5	5,5	1,5	3,5
6	Konsekwencje podziału dla:						
	Adama	W	W	S	S	N	N
	Jana	S	W	N	W	N	S
	Piotra	N	S	N	W	S	W
	Mediany ocen stopnia sprawiedliwości podziałów	3,5	5,5	1,5	5,5	1,5	3,5

Konsekwencje podziałów: W – wysoko oceniane, S – średnio oceniane, N – nisko oceniane.

Oceny stopnia sprawiedliwości przyjmowały wartości od 6 (podział najsprawiedliwszy) do 1 (podział najmniej sprawiedliwy).

dla których możliwe było sprawdzenie przechodniości preferencji na zbiorze trzech porównywanych składów urn, 95% osób miało preferencje przechodnie. Również uzasadnienia ocen porównawczych były zgodne z formułowanymi ocenami.

## 10. Probabilistyczne zasady równości, gdy znane są osobiste użyteczności

Proponując obie probabilistyczne zasady równości, Szaniawski przyjął założenia, że nie są znane kardynalne użyteczności indywidualne, a preferencje uczestników podziału nie są międzyosobowo porównywalne. Rozważymy konsekwencje rezygnacji z pierwszego założenia. Przyjmijmy, że znane są indywidualne, znormalizowane użyteczności dzielonych dóbr. Będzie to oznaczać uwzględnianie przy podziale względnych, a nie absolutnych ocen dóbr.

### Przykład 3.

Rozważmy trzy sytuacje podziału dwóch dóbr:  $A$  i  $B$  między dwie osoby.

Możliwe są jedynie dwa podziały zapewniające każdej osobie otrzymanie jednego dobra:

$x_1$  – dobro  $A$  dla osoby Nr 1 i dobro  $B$  dla osoby Nr 2,

$x_2$  – dobro  $B$  dla osoby Nr 1 i dobro  $A$  dla osoby Nr 2.

**Tabela 9. Trzy sytuacje podziału dwóch dóbr między dwie osoby**

Użyteczności dóbr dla osoby	Sytuacja $S_1$		Sytuacja $S_2$		Sytuacja $S_3$	
	$A$	$B$	$A$	$B$	$A$	$B$
Nr 1	0,7	0,3	0,7	0,3	0,7	0,3
Nr 2	0,4	0,6	0,7	0,3	0,6	0,4

Obie zasady równości wyznaczają:

- w sytuacji  $S_1$  deterministyczny podział  $x_1$ , który prowadzi do różnych użyteczności (0,7 i 0,6),
- w sytuacji  $S_2$  losowy podział (np. w wyniku rzutu rzetelną monetą):  $p(x_1) = p(x_2) = 1/2$ , który zapewnia każdej osobie jednakową wartość oczekiwaną użyteczności (0,5). Jest to użyteczność *ex ante*. Oczywiście, po dokonaniu losowania użyteczność jednej z osób – użyteczność *ex post* – będzie równa tylko 0,3, a drugiej – 0,7.

- w sytuacji  $S_3$  taki sam losowy podział jak w sytuacji  $S_2$ . Możliwe są jednak wyższe i równe oczekiwane użyteczności (7/13). Nie mogą być one jednak uzyskane za pomocą żadnej dystrybucji na podziałach  $x_1$  i  $x_2$ . Takie oczekiwane użyteczności zapewnia przyznanie osobie Nr 2 dobra  $B$  oraz losowy przydział dobra  $A$ : osobie Nr 1 z prawdopodobieństwem 10/13, zaś osobie Nr 2 z prawdopodobieństwem 3/13. Oczekiwane użyteczności obu osób są wówczas równe 7/13.

Ten prosty przykład prowadzi do następujących wniosków.

Jeżeli znane są znormalizowane, względne użyteczności dóbr, to obie probabilistyczne zasady równości Szaniawskiego nie gwarantują równości wartości oczekiwanych tych użyteczności.

Ograniczenie zbioru dopuszczalnych podziałów dóbr do takich, które gwarantują wszystkim osobom otrzymanie tej samej liczby dóbr, chociaż redukuje maksymalne nierówności, może uniemożliwiać zapewnienie im równych i wyższych wartości oczekiwanych użyteczności. Oznacza to konieczność wyznaczania dystrybucji na zbiorze wszystkich podziałów (por. część 2), a nie na ograniczonym zbiorze podziałów.

## 11. Podsumowanie

Intencją Szaniawskiego było zaproponowanie pewnego podejścia do analizy zasad sprawiedliwości dystrybucyjnej, porównywania tych zasad i badania ich własności. Obecnie jest to dominujący sposób analizy tych zasad w teorii wyboru społecznego. Rozważając bardzo uproszczoną sytuację Szaniawski wykazał, że nawet wówczas możliwe są różne koncepcje równości. Ponadto, wykazał on sprzeczność między równością rozumianą jako równość szans satysfakcji a optymalnością. Problem określenia warunków występowania tej sprzeczności do chwili obecnej nie został w pełni rozwiązany. W artykule tym przedstawione zostały również związki między probabilistycznymi zasadami równości sformułowanymi przez Szaniawskiego a innymi wymaganiami stawianymi metodom podziału dóbr: proporcjonalnością i brakiem zazdrości.

Probabilistyczne zasady równości Szaniawskiego były pierwszymi formalnymi propozycjami zasad podziału dóbr wykorzystującymi losowe metody podziału. Przyjęte przez niego założenia – ograniczenie się do nieporównywalnych międzyosobowo preferencji osobistych na zbiorze dóbr – są wyjątkowo słabe. Większość zasad sprawiedliwości dystrybucyjnej wymaga znacznie mocniejszych założeń: kardynalnych użyteczności i/lub międzyosobowej porównywalności indywidualnych preferencji. Modyfikacja przyjętych przez Szaniawskiego założeń ujawniła pewne dodatkowe problemy, które zostały w tym artykule zaledwie zasygnalizowane i wymagają dalszych badań.

**Bibliografia**

- Dasgupta, Partha, Sen, Amartya, Starrett, David. 1973. *Notes on the measurement of inequality*. „Journal of Economic Theory” 6: 180-187.
- Fishburn, Peter C. 1978. *Acceptable social choice lotteries*. W: H.W. Gottinger, W. Leinfellner (red.), *Decision Theory and Social Ethics. Issues in Social Choice*. Dordrech: Reidel, s. 133-152.
- Foley, Duncan K. 1967. *Resource allocation and the public sector*. „Yale Economic Essays” 7: 45-98.
- Goodwin, Barbara. 1992. *Justice by Lottery*. Chicago: The University of Chicago Press.
- Hołówka, Jacek. 1990. *Klemens Szaniawski on Practical Knowledge and Choice*. W: P. Płoszajski (red.), *Philosophy of Social Choice*, Warszawa: Wydawnictwa Instytutu Filozofii i Socjologii PAN, s. 95-109.
- Kuc, Marta. 2000. *Analiza zasad sprawiedliwości Klemensa Szaniawskiego*. „Studia Socjologiczne” Nr 1-2 (156-157): 167-195.
- Lissowski, Grzegorz. 1985. *Sprawiedliwy podział dóbr*. „Studia Filozoficzne” Nr-8-9 (237-238): 95-114.
- Lissowski, Grzegorz. 1992. *Probabilistyczny podział dóbr*. „Prakseologia” Nr 3-4 (116-117): 149-165.
- Lissowski, Grzegorz. 1994. *Ustalanie sposobu podziału dóbr w sytuacji eksperymentalnej*. „Studia Socjologiczne” Nr 3-4 (134-135): 173-216.
- Lissowski, Grzegorz. 2005. *Trzy typy zasad sprawiedliwości dystrybtywnej*. „Decyzje” 3: 5-54.
- Lissowski, Grzegorz. 2006. *Losowe metody podejmowania decyzji społecznych a etyka*. „Decyzje” 5: 94-106.
- Nowak, Stefan. 1988. *Polish Society in the Second Half of the 1980s: An Attempt to Diagnose the State of Polish Consciousness*. IREX Occasional Papers.
- Sen, Amartya K. 1973. *On Economic Inequality*. Oxford: Clarendon Press.
- Szaniawski, Klemens. 1966. *O pojęciu podziału dóbr*. „Studia Filozoficzne” 2(45): 61-72.
- Szaniawski, Klemens. 1975. *Formal aspects of evaluative concepts*. „International Social Science Journal” 3(27): 446-457. Przekład polski: *Analiza formalna pojęć wartościujących*. W: K. Szaniawski, *O nauce, rozumowaniu i wartościach*. Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN 1994, s. 494-505.
- Szaniawski, Klemens. 1979. *On formal aspects of distributive justice*. W: E. Saarinen, R. Hilpinen, M.B. Provence Hintikka (red.), *Essays in Honour of Jaakko Hintikka on the Occasion of Fiftieth Birthday on January, 12, 1979*. Dordrecht: Reidel, s. 135-146. Przekład polski: *O formalnych aspektach sprawiedliwości dystrybtywnej*. W: K. Szaniawski, *O nauce, rozumowaniu i wartościach*. Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN 1994, s. 506-517.