FUNDAMENTALNY WKŁAD JOHNA NASHA W ROZWÓJ TEORII GIER

Jaideep Roy*
Wyższa Szkoła Przedsiębiorczości i Zarządzania im. Leona Koźmińskiego

Wstęp

W 1948 roku profesor R.J. Duffin z Carnegie Institute of Technology, rekomendując złożone przez Johna Nasha podanie o przyjęcie na studia doktoranckie na Uniwersytecie Princeton, napisał krótko: „Ten człowiek to geniusz". W Princeton Nash głęboko zainteresował się teorią gier, która po publikacji słynnej książki Johna von Neumanna i Oskara Morgensterna (1944) wchodziła właśnie w główny nurt nauki. W trakcie swoich studiów doktoranckich i w latach następnych Nash dokonał dwóch przełomowych odkryć, znanych powszechnie jako równowaga Nasha (Nash Equilibrium) oraz rozwiązanie przetargowe Nasha (Nash Bargaining Solution). Zajmował się też teorią kwantów oraz geometrią różniczkową. W 1959 roku zaczął doznawać – jak to określił – „zaburzeń umysłowych" i przez kolejne 30 lat żył w odosobnieniu cierpiąc na schizofrenię paranoidalną, której źródeł upatrywał w wysiłku umysłowym związanym z rozwiązywaniem sprzeczności tkwiących w teorii kwantów. W tym samym roku stracił posadę w Massachusetts Institute of Techno-

* Pragnę podziękować Tadeuszowi Tyszce i Marcinowi Malawskiemu za zasugerowanie mi popularnonaukowego podejścia pasującego do profilu czasopisma. Za wszystkie błędy odpowiedzialny jest autor.

logy (MIT), ale później powrócił do Princeton, gdzie stał się smutną i otoczoną aurą niesamowitości postacią snującą się po kampusie uniwersyteckim. Niektórzy, w tym on sam, twierdzą, że na początku lat 70-tych jego choroba zaczęła ustępować, tak że w końcu na powrót mógł zająć się badaniami matematycznymi. W 1994 roku John Nash, wspólnie z pochodzącym z Węgier amerykańskim ekonomistą Johnem Harsanyim oraz niemieckim matematykiem Reinhardem Seltenem, otrzymał Nagrodę Nobla z ekonomii.

Miałem wielki przywilej spotkać go jako student i wysłuchać jego wykładu poświęconego grom strategicznym, w trakcie którego miałem nieodparte wrażenie, że John Nash sądzi, iż poza nim nie ma w sali nikogo. Być może rzeczywiście tak było. W niniejszym tekście postaram się przybliżyć czytelnikom „Decyzji” niektóre najważniejsze pojęcia teorii równowagi Nasha dla gier niekooperacyjnych oraz jego monumentalny wkład w teorię negocjacji.

Punkty równowagi w grach strategicznych

Gra strategiczna jest związanym z podejmowaniem decyzji scenariuszem interaktywnym, w którym każdy gracz (osoba podejmująca decyzje) wybiera swoją strategię, a wszyscy gracze czynią to równocześnie. Z chwilą gdy gracze wybiorą i zastosują swoje strategie, każdy gracz otrzymuje swoją wygraną.

Zasadnicza różnica między grą strategiczną a standardowym problemem decyzyjnym jest taka, że w grze na wygrane poszczególnych graczy mogą mieć wpływ strategie zastosowane przez innych graczy biorących udział w grze. Trudno powiedzieć, kiedy po raz pierwszy zdano sobie sprawę z istotności takich oddziaływań strategicznych, jakkolwiek Cournot (1838) i Bertrand (1883) dostrzegli znaczenie formalnej analizy w badaniu strategii firm konkurujących ze sobą wielkościami produkcji bądź cenami. Bardziej klarowne pojęcie abstrakcyjnej gry strategicznej ma swoje początki w pracach Borela (1921) i von Neumanna (1928). Autorami formalnego podejścia do zagadnienia byli von Neumann i Morgenstern (1944), ale ich uwaga ograniczała się do pojęć równowagi w ściśle konkurencyjnych grach strategicznych. Nash zajął się kwestią równowagi w odniesieniu do wszelkich gier strategicznych, które niekoniecznie muszą być ściśle konkurencyjne. Odkrył on twierdzenie o istnieniu równowagi, którego wiele wersji pojawia się w literaturze fachowej. Nieformalnie mówiąc, jego twierdzenie głosi, że każda gra strategiczna, spełniająca pewne (niezbyt mocne) założenia ma co najmniej jeden punkt równowagi.

Zaproponowane przez niego pojęcie równowagi dotyczy równowagi odpornej na jednostronne odchylenia.[1] Można się zastanawiać, czy teoria ta była deskryptywna, czy preskryptywna. Ja twierdzę, że odpowiedź na to pytanie zależy od rozważanej gry. Oczywiście w grach, które można rozwiązać w oparciu o dominację,[2] równowaga musi być i taka, i taka, tzn. należy oczekiwać, że gracze będą stosować swoje strategie równowagi, a kiedy tak czynią, wiemy, co zrobili. Problem pojawia się w przypadku gier, w których występuje więcej niż jeden taki punkt równowagi i centralnym zagadnieniem staje się kwestia wyboru równowagi. Teoria Nasha nie zajmuje się tym ważnym aspektem (bądź też wadą) dokonanego przez niego odkrycia. Sądzę, że w takich przypadkach teoria Nasha jest raczej deskryptywna. Są też inne równie istotne kwestie mogące stanowić pewien kłopot dla jego teorii, takie jak te dotyczące racjonalności i wspólnej wiedzy na temat racjonalności między graczami jak również kwestie odnoszące się do wzajemnych i samopotwierdzających się poglądów graczy na swój temat. W ostatnich latach prowadzi się wiele prac nad możliwościami zapewnienia mocnych podstaw dla pojęcia równowagi Nasha. Literatura ta (w tym modele ewolucyjne i modele uczenia się) potwierdza, że pojęcie Nasha jest bardziej trwałe i bardziej uzasadnione niż niektóre z jego wariantów. Co ważniejsze, jest ono proste, intuicyjne i łatwe w zastosowaniu w rozmaitych kontekstach istotnych z punktu widzenia społecznego, ekonomicznego i politycznego.

Teoria negocjacji Nasha

Przed Nashem powszechnie uważano, że niemożliwe jest stworzenie formalnego modelu negocjacji prowadzonych przez ludzi. Obawy te brały się z podzielanego przez ekonomistów poglądu, iż negocjowanie w sposób naturalny zależy od czynników, które trudno sprecyzować, jak na przykład niejasne pojęcie umiejętności negocjacyjnych. Stąd też przypuszczano, że znajdują się one poza sferą wszelkiej racjonalnej analizy ekonomicznej. W cyklu artykułów naukowych, napisanych w latach 50-tych ubiegłego wieku, Nash pokazał, jak można podejść do problemu negocjacji w sposób konsekwentny, racjonalny i elegancki. Od tego czasu teoria negocjacji stała się centralnym obszarem badań ekonomistów i teoretyków gier, a jej zastosowanie pomaga nam lepiej zrozumieć wiele występujących w rzeczywistości zjawisk związanych z negocjowaniem. Pomogło także teoretykom gier położyć fundament pod teorię gier kooperacyjnych.

Pomysł Nasha był następujący. Przypuśćmy, że dwaj uczestnicy negocjacji (zwani dalej graczami 1 i 2) chcą osiągnąć porozumienie w sprawie podziału jakiegoś obiektu. Niech $p \in [0, 1]$ oznacza prawdopodobieństwo pomyślnego zakończenia negocjacji, podane a priori dla rozważanego problemu.[3] Zdefiniujmy *sprzeciw* gracza i wobec porozumienia a^* jako inne możliwe porozumienie a zgodnie z następującą interpretacją: a jest alternatywnym porozumieniem, które proponuje gracz i a $1 - p$ jest prawdopodobieństwem załamania się negocjacji, jeśli gracz i będzie obstawać przy swoim sprzeciwie. Gracz i wniesie taki sprzeciw wobec a^* tylko wtedy, gdy będzie ściśle preferować wynik a (pomimo niepewności, jaką p wnosi do procesu negocjacyjnego mającego na celu wprowadzenie w życie a) nad a^*. Gracz j może wnieść *kontrsprzeciw* wobec a, jeśli j jednoznacznie woli a^* (w warunkach niepewności wniesionej przez p do procesu dalszych targów mającego na celu wdrożenie a^* zamiast a) od a. Przyjąwszy powyższe definicje sprzeciwów i kontrsprzeciwów, rozwiązaniem Nasha dowolnego problemu negocjacyjnego jest zbiór wszystkich porozumień a^* charakteryzujących się tym, że wobec każdego sprzeciwu któregokolwiek gracza w odniesieniu do a^*, drugi gracz może wnieść kontrsprzeciw.

Można wykazać, że rozwiązanie to daje w rezultacie zbiór wszystkich porozumień, które maksymalizują iloczyn funkcji użyteczności von Neumanna-Morgensterna obu graczy. Rozwiązanie to spełnia też pewne pożądane, a co za tym idzie, istotne aksjomaty, a mianowicie efektywność w sensie Pareto, symetrię oraz niezależność od alternatyw nieistotnych.[4] Co ważniejsze, jest jedynym rozwiązaniem o tych własnościach. Inną ważną cechą rozwiązania Nasha jest to, że gracz uzyskuje tym gorsze wyniki, im większą wykazuje awersję do ryzyka.

Jeszcze raz warto podkreślić, że siła takiego rozwiązania leży w jego prostocie, elegancji, ogólności i wiarygodności. Oczywiście w literaturze naukowej zaproponowano kilka wariantów rozwiązania problemu negocjacji, ale wszystkie one zasadniczo opierają się na formule Nasha. To właśnie zaproponowane przez niego rozwiązanie wytrzymało próbę czasu.

Przypisy:

[1] W żadnym wypadku nie należy tego traktować jako słabości. Jeśli ktoś chce uwzględnić odchylenia dokonane przez koalicje, łatwo rozszerzyć to pojęcie na tak zwaną odporność na takie odchylenia bez ingerowania w jakikolwiek znaczący sposób w pojęcie równowagi, ponieważ koalicje można postrzegać jako pojedyncze jednostki podejmujące decyzje z uprzednio przypisanym podziałem wygranych pomiędzy członkami określonym w ramach danej gry strategicznej.

[2] Gra strategiczna jest rozwiązywalna w oparciu o dominację, jeżeli, w ramach ćwiczeń myślowych, gracze po kolei eliminują (kolejność usuwania nie ma znaczenia) te strategie, które przynoszą gorsze rezultaty niż inne dostępne strategie i w procesie tym dochodzą do jednego profilu strategii, który wyłonił się z procesu eliminacji.

[3] p można zinterpretować jako strategiczną zmienną gracza i. W tym przypadku p wybiera gracz wnoszący sprzeciw, przez co ustala on, że w procesie negocjacyjnym będzie „dokładać wszelkich starań", aby prawdopodobieństwo niepowodzenia wynosiło $1–p$.

[4] Na wszelki wypadek pozwolę sobie przedstawić nieformalne pojęcia kryjące się za nazwami tych aksjomatów:

Efektywność w sensie Pareto: Porozumienie a jest efektywne w sensie Pareto, jeżeli dla każdego innego możliwego do osiągnięcia porozumienia a' zawsze istnieje co najmniej jeden gracz, który woli a od a'.

Symetria: Porozumienie przypisane symetrycznemu problemowi negocjacyjnemu – tj. takiemu, w którym gracze i i j są nie do rozróżnienia – nie rozróżnia pomiędzy graczami i i j.

Niezależność od alternatyw nieistotnych: Jeżeli porozumienie a^* przetrwa pomimo sprzeciwów wnoszonych przez gracza i w ramach danego problemu negocjacyjnego, musi ono też przetrwać w innym problemie negocjacyjnym, w którym ten sam gracz i jest mniej skory do wnoszenia takich samych sprzeciwów.

Bibliografia:

Bertrand J. (1883). *Theorie mathematique de la richesse sociale*, „Journal des Savants", 499-508

Borel E. (1921), *La Theorie du Jeu et les Equations Integrals a Noyau Symetrique*, Comptes Rendus Hebdomadaires des Seances de l'academie des Sciences (Paris), 173, 1304-1308 (Przekład angielski *The theory of Play and Integral Equations with Skew Symmetric Kernels*, „Econometrica" 21, (1953), 97-100.)

Cournot A.A. (1838), *Recherches sur les principes mathematiques de la thoerie des riches*, Paris: *M. Riviere*

Nash J.F. (1950), *Equilibrium points in N-person games*, „Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America" *36*, 48-49.

– (1951), *The Bargaining Problem*, „Econometrica" 18, 155-162.

– (1951), *Non-Cooperative Games*, „Annals of Mathematics" 54, 286-295.

von Neumann J. (1928), *Zur Theorie der Gesellschaftsspiele*, „Mathematische Annalen" 100, 295-320, (Przekład angielski *On the theory og Games of Strategy*, Volume IV, „Annals of Mathematics Studies" 40, A.W. Tucker and R.D. Luce, Princeton University Press, Princeton (1959).

von Neumann J. and Morgenstern O. (1944), *Theory of Games and Economic Behavior*. New York: John Wiley and Sons.

Luce R.D., H. Raiffa, *Gry i decyzje*. PWN 1964

Malawski M., A. Wieczorek, H. Sosnowska, *Konkurencja i kooperacja: teoria gier w ekonomii i naukach społecznych*. PWN 2004

Watson J., *Strategia: wprowadzenie do teorii gier*. WNT 2004