TRZY TYPY ZASAD SPRAWIEDLIWOŚCI DYSTRYBUTYWNEJ

Grzegorz Lissowski*
Uniwersytet Warszawski

Artykuł przedstawia propozycję typologii zasad sprawiedliwości dystrybutywnej. Wyróżnia się w nim trzy podstawowe relacje, które są różnymi kryteriami społecznych ocen podziałów dóbr. Są to: relacja sprawiedliwości Suppesa, relacja mniejszej zazdrości oraz relacja akceptacji. Stanowią one podstawę wyróżnienia – ze względu na sposób uzasadniania – trzech typów zasad sprawiedliwości. Typologia ta jest związana z trzema wymaganiami: bezstronności, równości i jednomyślności.

Słowa kluczowe: *zasady sprawiedliwości dystrybutywnej, podział dóbr, relacja sprawiedliwości Suppesa, relacja zazdrości, relacja akceptacji, bezstronność, równość, jednomyślność.*

Wprowadzenie

Panuje powszechne przekonanie, że społecznie ważne dobra powinny być dzielone w sposób sprawiedliwy. Spory o ocenę dokonywanych podziałów dóbr oraz o sprawiedliwe zasady ich podziału trwają nieustannie, a oponenci powołują się na różnego typu argumenty. Problem, jakie zasady podziału dóbr uznać za sprawiedliwe, jest od wielu lat przedmiotem zainteresowania filozofów, etyków, ekonomistów, socjologów itp.

Podział dóbr jest niewątpliwie szczególnym rodzajem społecznej decyzji. Zasady podziału dóbr można zatem traktować jako specjalną klasę metod podejmowania społecznych decyzji. Badaniem takich metod zajmuje się teoria wyboru społecznego. Teoria ta jest teorią normatywną, a badanie zasad po-

* Grzegorz Lissowski, Instytut Socjologii Uniwersytetu Warszawskiego, ul. Karowa 18, 00-324 Warszawa, e-mail: gliss@is.uw.edu.pl

działu dóbr polega na stwierdzaniu, jakie własności posiadają poszczególne zasady, co umożliwia porównywanie różnych zasad i w konsekwencji racjonalnie uzasadniony i dobrze dostosowany do sytuacji wybór zasady sprawiedliwości. Badanie to ma charakter obiektywny, wolny od ideologicznych i etycznych przekonań. Podstawowym przyjmowanym założeniem jest uzależnienie społecznych ocen podziałów dóbr od indywidualnych ocen dokonywanych przez uczestników podziału. W artykule tym przyjmiemy, że indywidualne użyteczności są jedyną podstawą społecznych ocen podziałów dóbr.

W wielu sytuacjach podziału dóbr uczestnicy podziału różnią się uprawnieniami do dzielonego dobra (wynikającymi na przykład z różnic w udziałach w jego wytworzeniu) bądź też uprawnionymi roszczeniami do niego. Takie sytuacje stały się przedmiotem teoretycznych analiz stosunkowo niedawno (por. Elster, 1992). Zasady sprawiedliwości, które wykorzystują także inne informacje o uczestnikach podziału i nie ograniczają się do ich funkcji użyteczności, nazywa się lokalnymi zasadami sprawiedliwości. Znakomity przegląd tych zasad możliwych do zastosowania na przykład przy ustalaniu dostępu do rzadkich dóbr, takich jak organy do transplantacji, przy podziale spadku, masy upadłościowej lub kosztów wspólnych przedsięwzięć, przy ustalaniu podatków, zawiera książka H. Peytona Younga *Sprawiedliwy podział*.[1] W języku polskim dostępne są również artykuły Marka M. Kamińskiego w „Studiach Socjologicznych" (2000a, b).

Zasady podziału dóbr, podobnie jak inne metody podejmowania społecznych decyzji, reprezentowane są w teorii wyboru społecznego w postaci funkcji, które profilom indywidualnych użyteczności określonych na zbiorze podziałów dóbr przyporządkowują społeczne oceny tych podziałów. Pożądane własności tych zasad, które są zwykle wyrażane w języku naturalnym przez polityków, etyków, filozofów itp. (np. „wszyscy uczestnicy podziału powinni być tak samo traktowani", „sprawiedliwszy jest podział, który zapewnia korzystniejszą sytuację osobom najbardziej upośledzonym"), w teorii wyboru społecznego przedstawiane są w sposób precyzyjny w postaci formalnych postulatów i badane są konsekwencje wymagań, aby zasada podziału spełniała pewne zestawy postulatów. Każdy postulat określa sposób oceny porównywanych podziałów w sytuacji, gdy spełnione są pewne, ustalone warunki. Inaczej mówiąc, każdy postulat etyczny, dotyczący podziału dóbr, jest cząstkową zasadą sprawiedliwości dystrybutywnej, ograniczoną do pewnej szczególnej sytuacji. Zbiór postulatów etycznych, które spełnia określona zasada sprawiedliwości, nie tylko umożliwia porównanie jej z innymi zasadami sprawiedliwości dystrybutywnej, ale może stanowić również jej aksjomatyczną charakterystykę w przypadku, gdy zasada ta jest jedyną spełniającą jednocześnie ten zbiór postulatów. Niekiedy jednak wynik badania ma postać twierdzenia o nieistnieniu zasady spełniającej określony zestaw postulatów. Niektóre z tych twierdzeń są nazywane paradoksami wyboru społecznego. Wyznaczają one granice wymagań, jakie można stawiać metodzie podejmowania społecznej decyzji o podziale dóbr.

W artykule tym rozważymy pewne szczególne własności zasad sprawiedliwości dystrybutywnej, związane z różnymi sposobami ich uzasadniania. Własności te, to zgodność społecznej oceny podziałów dóbr z relacją sprawiedliwości Suppesa, z kryterium mniejszej zazdrości oraz z kryterium akceptacji. Ze względu na swoje zasadnicze znaczenie mogą one stanowić podstawę typologii zasad sprawiedliwości. Typologia ta jest związana z wymaganiami: bezstronności, równości i jednomyślności.

Przedstawienie uzasadnienia typologii zasad sprawiedliwości dystrybutywnej będzie poprzedzone określeniem problemu podziału dóbr, charakterystyką indywidualnych ocen podziałów dóbr oraz omówieniem sposobów wyznaczania społecznych ocen tych podziałów. Szczególna uwaga zostanie zwrócona na założenia pomiarowo-porównawcze, tj. założenia dotyczące sposobu pomiaru indywidualnych preferencji oraz możliwości ich międzyosobowego porównywania, a także na zgodność indywidualnych ocen podziałów dóbr, które mają zasadnicze znaczenie dla określenia i zakresu stosowalności zasad sprawiedliwości.

Charakterystyka poszczególnych typów zasad sprawiedliwości dystrybutywnej rozpocznie się od określenia kilku wybranych zasad zaliczonych do danego typu. Wskazane zostaną niezbędne dla tych zasad wymagania dotyczące pomiaru indywidualnych preferencji i założenia na temat ich międzyosobowej porównywalności. Następnie określona zostanie relacja bazowa, która stanowi podstawę wyróżnienia danego typu zasad i zbadane zostaną jej własności. Sformułowane zostaną twierdzenia o zgodności społecznych ocen podziałów dóbr wyznaczonych za pomocą opisanych zasad z relacją bazową. Różnice między zasadami sprawiedliwości, które należą do tego samego typu, są związane z innymi postulowanymi ich własnościami.

W ostatniej części artykułu zbadamy związki między relacjami bazowymi wyznaczającymi poszczególne typy zasad sprawiedliwości dystrybutywnej.

Problem podziału dóbr

Określenie problemu podziału wymaga ustalenia liczby i rodzaju dzielonych dóbr (dobra niepodzielne lub dobra podzielne, częściowo lub doskonale, dobra jednorodne lub niejednorodne); zbioru możliwych podziałów dobra lub dóbr między poszczególne osoby, uczestników podziału; warunków, w jakich dokonywany jest podział, zwłaszcza zróżnicowania lub braku zróżnicowania osób w uprawnieniach do dzielonego dobra itp.

Niech $G = \{1,...,h,...,g,...,n\}$ oznacza skończony zbiór n osób, natomiast $D = \{D^1,...,D^j,...,D^m\}$ – skończony zbiór m dóbr, które mają być podzielone między te osoby. Termin dobro jest tu rozumiany szeroko. Obejmuje on zarówno obiekty materialne (rzeczy), jak i niematerialne (np. przywileje, wyróżnienia). Są one dobrami w tym sensie, że są pożądane przez uczestników podziału. Każda osoba przedkłada otrzymanie każdego dobra lub jego części nad nieotrzymanie, a także większej części jednorodnego dobra nad otrzymanie mniejszej jego części. Rodzaj dóbr ma istotne znaczenie dla zbioru możliwych podziałów dóbr oraz sposobu ich oceny. W przypadku dóbr niepodzielnych zbiór możliwych podziałów jest ograniczony[2] i mogą występować znaczne jakościowe różnice między preferencjami poszczególnych osób. W przypadku dóbr podzielnych można rozważać nieskończony zbiór podziałów, a różnice między preferencjami osób mają na ogół jedynie charakter ilościowy.

Zbiór możliwych podziałów X może być zbiorem skończonym lub nieskończonym $X=\{x,y,z,...\}$. Każdy podział x jest reprezentowany przez wektor o n składowych $x = [x_1,...,x_h,...,x_g,...,x_n]$, gdzie udział osoby h w podziale x, tj. x_h, jest wektorem o m składowych $x_h = [d^1_{xh},..., d^j_{xh},..., d^m_{xh}]$, opisującym, jaką część poszczególnych dóbr otrzymuje osoba h w wyniku podziału x. Oczywiście, każdy podział musi spełniać pewne warunki ograniczające:

$$\forall x \in X, \forall h \in G, \forall D^j \in D: \quad d^j_{xh} \geq 0 \quad \text{oraz} \quad \forall x \in X, \forall D^j \in D: \quad \sum_{h=1}^{n} d^j_{xh} \leq D^j \ ,$$

tj. każda osoba w wyniku podziału otrzymuje część danego dobra lub w najgorszym przypadku jej udział w podziale tego dobra jest równy 0 oraz nie można rozdzielić większej ilości dobra niż ta, która jest dostępna (dopuszcza się jednak w pewnych sytuacjach, aby nie całe dobro zostało rozdzielone).

Indywidualne oceny podziałów dóbr

Indywidualne oceny poszczególnych uczestników podziału dóbr mogą dotyczyć konsekwencji możliwych podziałów:

1. tylko dla nich samych (preferencje osobiste), bądź też
2. także dla pozostałych osób (preferencje rozszerzone).

Konsekwencje podziałów *x*, *y*, *z*, ... dla osób *h*, *g*, ... będziemy oznaczać – zgodnie z konwencją przyjętą w literaturze – przez (*x*,*h*), (*y*,*h*), (*z*,*h*), ..., (*x*,*g*), (*y*,*g*), (*z*,*g*)... Preferencje rozszerzone osoby *h* na zbiorze konsekwencji poszczególnych podziałów dla poszczególnych osób będziemy oznaczać przez R_h. Zapis: $(x,g)R_h(y,k)$ oznacza, że według oceny osoby *h* znajdowanie się w pozycji osoby *g* w przypadku podziału *x* jest przynajmniej tak dobre, jak znajdowanie się w pozycji osoby *k* w przypadku podziału *y*. Koncepcję takich ocen, będących wynikiem rozszerzonego wczuwania się w sytuację innych osób (*extended sympathy*), sformułował K.J. Arrow (1963: 114-115), a zastosowali do formułowania ocen społecznych: P. Suppes (1966), A.K. Sen (1970) i inne.

W podobny sposób można określić relację preferencji osobistej osoby *h* na zbiorze podziałów *X*. Będziemy ją oznaczali przez $\widetilde{R}_h$. Zapis $x\widetilde{R}_h y$ oznacza, że według oceny osoby *h* konsekwencje podziału *x* dla niej są przynajmniej tak samo dobre jak konsekwencje podziału *y*. Relacja $\widetilde{R}_h$ jest więc relacją R_h ograniczoną do konsekwencji podziałów dla osoby *h*, tzn. $x\widetilde{R}_h y \leftrightarrow (x,h)R_h(y,h)$ dla każdej pary podziałów $x, y \in X$ oraz dla każdego $h \in G$.

O ocenach każdego uczestnika podziału, zarówno rozszerzonych, jak i osobistych, będziemy zakładać, że są racjonalne, tzn., że obie relacje R_h i $\widetilde{R}_h$ spełniają warunki: zwrotności, spójności i przechodniości.[3] Można wyróżniać antysymetryczne (P_h i $\widetilde{P}_h$) oraz symetryczne (I_h i $\tilde{I}_h$) części tych relacji.[4]

W celu ujednolicenia zapisu indywidualne oceny konsekwencji podziałów dokonane przez osobę *h* będziemy przedstawiać w postaci:

- rozszerzonej funkcji użyteczności

  $u_h : X \times G \rightarrow \mathrm{Re}$, przy czym $u_h(x,g) \geq u_h(y,k)\} \leftrightarrow (x,g)R_h(y,k)$ lub

- osobistej funkcji użyteczności

  $\widetilde{u}_h : X \rightarrow \mathrm{Re}$, przy czym $\widetilde{u}_h(x) \geq \widetilde{u}_h(y) \leftrightarrow x\widetilde{R}_h y$.

W zależności od przyjętego założenia o poziomie pomiaru intensywności preferencji liczby rzeczywiste przyporządkowane konsekwencjom podziałów będziemy interpretować jako użyteczności porządkowe (tj. wyniki pomiaru intensywności preferencji na skali porządkowej) lub jako użyteczności kardynalne (tj. wyniki pomiaru intensywności preferencji na skali przedziałowej).

Na podstawie indywidualnej rozszerzonej funkcji użyteczności u_h można określić także indywidualną, globalną funkcję użyteczności, którą będziemy oznaczać przez $\bar{u}_h$. Wyraża ona łączną, całościową ocenę podziałów, która uwzględnia zarówno konsekwencje podziałów dla osoby *h*, jak i dla pozostałych osób. Indywidualna, globalna funkcja użyteczności $\bar{u}_h$, podobnie jak osobista funkcja użyteczności $\tilde{u}_h$, jest funkcją rzeczywistą określoną na zbiorze podziałów *X*, tj. $\bar{u}_h : X \rightarrow \mathrm{Re}$. Teoretycznie można wyróżnić wiele sposobów ustalania indywidualnej, globalnej funkcji użyteczności na podstawie rozszerzonej funkcji użyteczności osoby *h*, które zależą od jej orientacji społecznej tj. sposobu uwzględniania w łącznych ocenach podziałów dóbr konsekwencji tych podziałów dla pozostałych uczestników podziału. Stosowanie ich przez ludzi w rzeczywistych sytuacjach podziału dóbr może być interesującym przedmiotem badań psychologicznych.

Społeczne oceny podziałów dóbr

Podstawą społecznych ocen podziałów dóbr będą – zgodnie z przyjętym założeniem – profile indywidualnych ocen tych podziałów reprezentowanych przez funkcje użyteczności. Mogą to być:

- profile rozszerzonych funkcji użyteczności $u = [u_1,..., u_h,..., u_g,..., u_n]$,
- profile osobistych funkcji użyteczności $\tilde{u} = [\tilde{u}_1,..., \tilde{u}_h,..., \tilde{u}_g,..., \tilde{u}_n]$,
- profile globalnych funkcji użyteczności $\bar{u} = [\bar{u}_1,..., \bar{u}_h,..., \bar{u}_g,..., \bar{u}_n]$.

Większość zasad sprawiedliwości dystrybutywnej ustala społeczne oceny na podstawie profili osobistych funkcji użyteczności. Znacznie rzadziej wykorzystywane są profile rozszerzonych funkcji użyteczności, a najrzadziej – profile globalnych funkcji użyteczności, chociaż oceny ludzi w rzeczywistych sytuacjach podziału dóbr mają na ogół postać ocen globalnych.

Społeczne oceny podziałów dóbr będą reprezentowane za pomocą binarnej relacji sprawiedliwości, którą będziemy oznaczać przez *R* bez indeksu. W dalszych częściach artykułu relacje sprawiedliwości, związane z poszczególnymi zasadami sprawiedliwości, będziemy wyróżniać odpowiednimi indeksami dolnymi. Zapis: xRy będzie oznaczać „podział x jest przynajmniej tak sprawiedliwy jak podział y". Asymetryczną część tej relacji będziemy oznaczać przez P. Zapis: xPy będzie oznaczać „podział x jest sprawiedliwszy od podziału y". Oczywiście, $xPy \leftrightarrow xRy \wedge \neg yRx$. Część symetryczną relacji R będziemy oznaczać przez I, a zapis: xIy będzie oznaczać „podział x jest tak samo sprawiedliwy jak podział y". Oczywiście, $xIy \leftrightarrow xRy \wedge yRx$.

W odróżnieniu od relacji reprezentujących oceny indywidualne, o binarnej relacji sprawiedliwości R nie zakłada się, że jest ona relacją słabego porządku, tj. zwrotną, spójną i przechodnią.[5] Często nie spełnia ona warunku spójności i nie umożliwia porównywania dowolnej pary podziałów dóbr ze względu na stopień ich sprawiedliwości.

Wyznaczanie binarnej relacji sprawiedliwości można opisać za pomocą funkcjonału, który każdemu profilowi indywidualnych funkcji użyteczności (odpowiednio: rozszerzonych, osobistych lub globalnych) przyporządkowuje pewną relację binarną R na zbiorze podziałów dóbr. Oznaczając przez $U = \{u^a, u^b,...)$, $\tilde{U} = \{\tilde{u}^a, \tilde{u}^b,...\}$, $\bar{U} = \{\bar{u}^a, \bar{u}^b,...\}$ odpowiednio zbiory profili indywidualnych funkcji użyteczności, a przez $\Re$ – zbiór binarnych relacji określonych na zbiorze podziałów X, sposób wyznaczania relacji R można zapisać:

$$F\colon\ U \to \Re \qquad \text{lub} \qquad F\colon\ \tilde{U} \to \Re \qquad \text{lub} \qquad F\colon\ \bar{U} \to \Re .$$

Konstruując społeczną ocenę podziałów dóbr można dążyć do realizacji jednego z dwóch, powiązanych ze sobą, celów:

- uporządkowania zbioru wszystkich możliwych podziałów od podziału najsprawiedliwszego do najmniej sprawiedliwego albo
- wyboru z tego zbioru podzbioru najsprawiedliwszych podziałów.

Jeżeli binarna relacja sprawiedliwości R jest – jak w przypadku większości klasycznych zasad sprawiedliwości – relacją słabego porządku, to podzbiór najsprawiedliwszych podziałów jest zbiorem wybranym $W(X,R)$, tj. podzbiorem podziałów optymalnych w zbiorze X ze względu na tę relację

$$W(X,R) = \{x \in X \mid \forall y \in X:\ xRy\}$$

Jeżeli natomiast relacja sprawiedliwości R nie porządkuje wszystkich możliwych podziałów od podziału najsprawiedliwszego do najmniej sprawiedliwego, to podzbiorem najsprawiedliwszych podziałów jest zbiór maksymalny $M(X,R)$, tj. podzbiór podziałów maksymalnych w zbiorze X ze względu na tę relację

$$M(X,R) = \{x \in X \mid \neg\exists y \in X:\ yPx\}$$

Zbiór podziałów maksymalnych ze względu na relację sprawiedliwości R składa się więc z takich podziałów, od których nie istnieją podziały sprawiedliwsze według tej relacji. Podziały należące do tego zbioru nie muszą być porównywalne ze względu na tę relację.

Oceny podziałów dóbr za pomocą zasad sprawiedliwości ilustruje poniższy przykład.

Przykład 1.

Problem podziału polega na podziale 90 zł między trzy osoby, których osobiste funkcje użyteczności są różne.

$$\widetilde{u}_1(d) = \sqrt{d}\ ,$$

$$\widetilde{u}_2(d) = 0{,}1 * d\ ,$$

$$\widetilde{u}_3(d) = \sqrt{36 + d} - 6\,.$$

Dla każdej wielkości dobra d ($d \in \{0,1,...,90\}$), osobista użyteczność osoby Nr 1 z otrzymania takiego udziału w podziale jest nie mniejsza niż osobista użyteczność osoby Nr 2 z otrzymania takiego samego udziału, a ta z kolei jest nie mniejsza od użyteczności osoby Nr 3.

Tabela 1 zawiera opis wybranych dziesięciu podziałów 90 zł między te osoby (ograniczonych do całkowitych wielkości) za pomocą udziałów poszczególnych osób w podziale oraz ich użyteczności, a następnie – rangi poszczególnych podziałów ze względu na dziewięć wybranych zasad sprawiedliwości (najwyższą rangę, równą 10, otrzymał podział najsprawiedliwszy według danej zasady sprawiedliwości, a najniższą, równą 1, podział najmniej sprawiedliwy; podziały jednakowo sprawiedliwe otrzymały takie same rangi, równe średniej rang, które powinny otrzymać).

Tabela 1. Oceny podziałów dóbr według zasad sprawiedliwości dystrybutywnej

		Podziały dóbr									
		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}
Osoby:											
Osoba Nr 1		0	0	10	17	19	25	30	45	45	90
Osoba Nr 2		0	45	32	40	38	65	30	45	0	0
Osoba Nr 3		90	45	48	33	33	0	30	0	45	0
Osoby:		**Użyteczności osób**									
Osoba Nr 1		0	0	3,16	4,12	4,36	5,00	5,48	6,71	6,71	9,49
Osoba Nr 2		0	4,50	3,20	4,00	3,80	6,50	3,00	4,50	0	0
Osoba Nr 3		5,22	3,00	3,17	2,31	2,31	0	2,12	0	3,00	0
Zasady:		**Rangi podziałów dóbr ze względu na zasadę sprawiedliwości dystrybutowej** [a]									
I	*LMR*	1	3	10	9	8	6	7	5	4	2
	MR	3,5	3,5	10	8,5	8,5	3,5	7	3,5	3,5	3,5
	MK	5	4	1	2	3	7	6	8,5	8,5	10
	LMK	5	4	1	2	3	7	6	9	8	10
	NU	1	2	4	6	7	10	8	9	5	3
II	*RE*	5	6	10	9	8	3	7	2	4	1
	FK	4	6	7	8	9	2	10	3	5	1
III	*N*	3,5	3,5	7	9	10	3,5	8	3,5	3,5	3,5
	LMK-A	1,5	3	7	10	9	5	8	4	6	1,5

[a] Wyższą rangę otrzymał podział sprawiedliwszy ze względu na daną zasadę sprawiedliwości. Zasady sprawiedliwości dystrybutywnej: LMR - leksykograficzny maksymin Rawlsa; MR - maksymin Rawlsa; MK - maksymaks konserwatystów; LMK - leksykograficzny maksymaks konserwatystów; NU - zasada utylitarystów; RE - zasada radykalnych egalitarystów; FK - zasada Feldmana-Kirmana; N - zasada Nasha; LMK-A - leksykograficzny maksymin Klemisch-Ahlert.

Przykład ten ilustruje różnice między ocenami stopnia sprawiedliwości podziałów dóbr, które są wyznaczone za pomocą różnych zasad sprawiedliwości. Zasady sprawiedliwości zostały podzielone na trzy grupy, odpowiadające trzem typom zasad, a ich wyjaśnienie zostanie przedstawione w dalszych częściach artykułu.

Założenia pomiarowo-porównawcze

Wszystkie zasady sprawiedliwości, które mają umożliwiać ocenę stopnia sprawiedliwości podziałów dóbr, zakładać muszą co najmniej pewien minimalny poziom porównywalności i zgodności indywidualnych ocen. Brak zgodności indywidualnych ocen konsekwencji podziałów dóbr powoduje istotne trudności w ustalaniu społecznych ocen podziałów.

Problem zgodności indywidualnych ocen jest najbardziej widoczny, gdy analizuje się indywidualne rozszerzone funkcje użyteczności. Pełna dowolność tych funkcji powoduje, że mogą występować sprzeczności w dokonywanych przez różne osoby ocenach tych samych konsekwencji podziałów. W rezultacie mogą pojawić się konflikty między ocenami indywidualnymi a najbardziej podstawowymi kryteriami ocen społecznych. Przykłady takich konfliktów podamy w dalszych częściach artykułu. Tutaj przedstawimy dwa aksjomaty, sformułowane przez A.K. Sena (1970), których celem jest zapewnienie zgodności ocen indywidualnych. Nakładają one pewne ograniczenia na indywidualne rozszerzone funkcje użyteczności.

Pierwsze ograniczenie, nazwane przez Sena aksjomatem identyczności, wymaga, aby każda osoba oceniając konsekwencje poszczególnych podziałów dla innej osoby respektowała jej osobiste preferencje. Zapiszemy ten aksjomat, zgodnie z przyjętą konwencją reprezentowania relacji preferencji za pomocą funkcji użyteczności, w nieco odmienny sposób od oryginalnego sformułowania Sena.

Aksjomat identyczności.

$$\forall x, y \in X : \{\forall h \in G : \quad [u_h(x,h) \geq u_h(y,h) \quad \leftrightarrow \quad \forall g \in G : u_g(x,h) \geq u_g(y,h)]\}$$

Aksjomat ten nie wymaga żadnego międzyosobowego porównywania preferencji lub użyteczności. Zakłada jedynie, że osoba oceniająca porządkuje konsekwencje podziałów dla innych osób w taki sam sposób, jak one same je porządkują. Nie narzuca natomiast sposobu uporządkowania konsekwencji tych samych i różnych podziałów dla różnych osób. Odpowiada on sytuacji zakładanej przez K.J. Arrowa (1963) w jego słynnej monografii, w której osobiste preferencje nie były międzyosobowo porównywalne (oczywiście, Arrow rozważał jedynie osobiste, a nie rozszerzone preferencje).

Mocniejsze ograniczenie, określane przez Sena aksjomatem pełnej identyczności, wymaga, aby indywidualne rozszerzone preferencje wszystkich osób były identyczne.

Aksjomat pełnej identyczności.

$$\forall x, y \in X, \forall h, g, i, k \in G: \quad u_h(x,i) \geq u_h(y,k) \quad \leftrightarrow \quad u_g(x,i) \geq u_g(y,k)$$

Aksjomat ten wymaga, aby dokonywane przez wszystkie osoby uporządkowania konsekwencji tych samych i różnych podziałów dla tych samych i różnych osób były identyczne. Zakłada więc pełną międzyosobową porównywalność poziomów użyteczności. Nie oznacza jednak identyczności samych użyteczności ani też sposobów ich generowania. Przyjmując aksjomat pełnej identyczności można przy funkcji użyteczności u pominąć indeks dolny oznaczający osobę. Funkcję użyteczności u można będzie interpretować na dwa sposoby: jako indywidualną rozszerzoną funkcję użyteczności reprezentującą rozszerzone preferencje i spełniającą aksjomat pełnej identyczności albo jako funkcję użyteczności opisującą użyteczności osobiste wszystkich osób równocześnie, tj. jako profil indywidualnych osobistych funkcji użyteczności. Taką drugą interpretację będziemy zakładali dalej.

Interpretacja wartości przypisanych podziałom przez indywidualne funkcje użyteczności zależy od przyjętych założeń pomiarowo-porównawczych. Założenia te z jednej strony określają sposób pomiaru intensywności indywidualnych preferencji: porządkowy lub przedziałowy (była już o tym mowa wcześniej), natomiast z drugiej – możliwości dokonywania międzyosobowych porównań preferencji: brak, częściowa lub pełna możliwość dokonywania takich porównań. Tabela 2 przedstawia sześć najczęściej wyróżnianych typów takich założeń[6] i relacje między nimi. Są one określone za pomocą klasy dopuszczalnych przekształceń funkcji użyteczności u opisującej osobiste użyteczności wszystkich osób równocześnie. Inaczej mówiąc, polegają one na traktowaniu jako równoważne dwóch profili indywidualnych osobistych użyteczności, które są związane za pomocą przekształceń określonego typu.

Tabela 2. Typy założeń pomiarowo-porównawczych

Typ ocen ze względu na pomiar	Międzyosobowe porównania				
	brak		częściowe		pełne
użyteczności porządkowe	*PN*		→		*PP*
	↓				↓
użyteczności kardynalne	*UN*	→	*UJP* *UPZ*	→	*UP*

Dwa profile indywidualnych osobistych użyteczności $\tilde{u}^a$, $\tilde{u}^b \in \tilde{U}$ są równoważne ze względu na dane założenie pomiarowo-porównawcze zawsze i tylko wtedy, gdy:

- *PN* (użyteczności porządkowe nieporównywalne międzyosobowo): dla każdej osoby $h \in G$ istnieje ściśle rosnąca funkcja rzeczywista ϕ_h taka, że dla każdego podziału $x \in X$: $u^b(x,h) = \phi_h[u^a(x,h)]$,
- *PP* (użyteczności porządkowe porównywalne międzyosobowo): istnieje ściśle rosnąca funkcja rzeczywista ϕ taka, że dla każdego podziału $x \in X$ oraz dla każdej osoby $h \in G$: $u^b(x,h) = \phi[u^a(x,h)]$,
- *UN* **(**użyteczności kardynalne nieporównywalne międzyosobowo): istnieje $2n$ liczb $s_1,...,s_n$, $t_1>0,..., t_n>0$ takich, że dla każdego podziału $x \in X$ oraz dla każdej osoby $h \in G$: $u^b(x,h) = s_h + t_h u^a(x,h)$,
- *UJP* (użyteczności kardynalne posiadające wspólną jednostkę pomiaru i indywidualne punkty zerowe): istnieje n+1 liczb $s_1,..., s_n$, $t>0$ takich, że dla każdego podziału $x \in X$ oraz dla każdej osoby $h \in G$: $u^b(x,h) = s_h + t u^a(x,h)$,
- *UPZ* (użyteczności kardynalne posiadające wspólny punkt zerowy i indywidualne jednostki pomiaru): istnieje n+1 liczb s, $t_1>0,..., t_n>0$ takich, że dla każdego podziału $x \in X$ oraz dla każdej osoby $h \in G$: $u^b(x,h) = s + t_h u^a(x,h)$,
- *UP* (indywidualne użyteczności porównywalne międzyosobowo): istnieją 2 liczby s *i* t takie, że dla każdego podziału $x \in X$ oraz dla każdej osoby $h \in G$: $u^b(x,h) = s + t\,u^a(x,h)$.

Znaczące relacje między użytecznościami dla wyróżnionych założeń pomiarowo-porównawczych można przedstawić w sposób, który jest pewną modyfikacją propozycji C. d'Aspremonta i L. Geversa (2002). Niech $\Delta u(x,h;y,g) = u(x,h) - u(y,g)$ dla dowolnych dwóch podziałów $x,y \in X$ oraz dowolnych dwóch osób h, $g \in G$.

Założenie pomiarowo-porównawcze	Znaczące relacje między użytecznościami
PN	$(\text{sgn}[\Delta u(x,h;y,h)])_{h \in G}$

PP	$\operatorname{sgn}[\Delta u(x,h;y,g)]$
UN	$(\operatorname{sgn}[\Delta u(x,h;y,h)])_{h\in G}$ oraz $([\Delta u(x,h;y,h)/\Delta u(w,h;z,h)])_{h\in G}$ *
UPZ	$(\operatorname{sgn}[\Delta u(x,h;y,h)])_{h\in G}$ oraz $([\Delta u(x,h;y,h)/\Delta u(w,h;z,h)])_{h\in G}$ *
UJP	$\Delta u(x,h;y,h)/\Delta u(w,k;z,i)$ *
UP	$\operatorname{sgn}[\Delta u(x,h;y,g)]$ oraz $\Delta u(x,h;y,h)/\Delta u(w,k;z,i)$ *

* Zakłada się, że różnice w mianownikach nie są równe 0.

Założenie *PN* umożliwia porównywanie podziałów tylko z punktu widzenia jednej osoby. Przyjmując założenie *PP* można porównywać poziomy użyteczności tj. indywidualne oceny różnych osób tych samych i różnych podziałów. Założenie *UN* nie pozwala wprawdzie na międzyosobowe porównywanie poziomów użyteczności, ale umożliwia zarówno porównywanie podziałów, jak i różnic między nimi dla tej samej osoby. Założenie *UPZ*, tj. istnienia wspólnego punktu zerowego na skalach użyteczności wszystkich osób przy indywidualnych jednostkach pomiaru dla poszczególnych osób, nie wnosi wiele nowego w porównaniu z założeniem *UN*. Określa ono dodatkowo jedynie pewien punkt odniesienia wspólny dla wszystkich osób. Natomiast przyjęcie założenia *UJP*, tj. istnienia wspólnej jednostki pomiaru użyteczności przy różnych indywidualnych punktach zerowych umożliwia międzyosobowe porównywanie różnic między parami podziałów. Nie pozwala ono jednak na międzyosobowe porównywanie samych poziomów użyteczności. Założenie *UP* umożliwia międzyosobowe porównywanie zarówno różnic między parami podziałów, jak i indywidualnych poziomów użyteczności związanych z różnymi podziałami.

Sytuacje pomiarowo-porównawcze wyróżnione w tabeli 2 różnią się wymaganiami dotyczącymi pomiaru intensywności preferencji lub ich międzyosobowego porównywania. Łączące je strzałki wskazują na zwiększanie się tych wymagań. Im mocniejsze są wymagania pomiarowo-porównawcze, tym węższa jest klasa dopuszczalnych przekształceń użyteczności oraz tym bogatsza staje się interpretacja użyteczności.

Zasady sprawiedliwego podziału dóbr różnią się założeniami pomiarowo-porównawczymi przyjmowanymi przy ich konstruowaniu. Założenia te ograniczają zakres stosowalności zasady podziału dóbr. Zasada może być stosowana wtedy, gdy zmiana indywidualnych użyteczności według przekształcenia dopuszczalnego dla danej sytuacji pomiarowo-porównawczej nie zmienia społecznej oceny podziałów dóbr. Zasadę spełniającą ten warunek nazywa się niezmienniczą ze względu na określone założenie pomiarowo-porównawcze. Przekształcenia użyteczności, przy których zasada sprawiedliwości jest niezmiennicza, pokazują, jakie informacje o indywidualnych użytecznościach są uznawane za znaczące dla tej zasady.

Funkcjonał społecznej oceny F jest niezmienniczy ze względu na określone założenie pomiarowo-porównawcze zawsze i tylko wtedy, gdy dla dowolnych profili indywidualnych preferencji $\tilde{u}^{a}$, $\tilde{u}^{b} \in \tilde{U}$ równoważnych ze względu na to założenie pomiarowo-porównawcze $F(\tilde{u}^{a}) = F(\tilde{u}^{b})$.

Zasada podziału dóbr niezmiennicza ze względu na określone założenie pomiarowo-porównawcze jest niezmiennicza również ze względu na mocniejsze założenie pomiarowo-porównawcze. Dlatego też charakteryzując ją wystarczy określić minimalną sytuację pomiarowo-porównawczą, jaką zakłada. Przedstawiając w dalszych częściach artykułu różne zasady sprawiedliwości, będziemy podawali właściwe dla nich minimalne założenia pomiarowo-porównawcze.

Trzy typy uzasadnień ocen podziałów dóbr

Społeczne oceny stopnia sprawiedliwości podziałów dóbr powinny zależeć od ocen sprawiedliwości tych podziałów dokonanych przez poszczególne osoby, uczestników podziału. Nie oznacza to jednak, że społeczna ocena podziałów dóbr ma być prostą agregacją indywidualnych ocen sprawiedliwości.[7] Nie powinna być jednak sprzeczna ze zgodnymi indywidualnymi ocenami sprawiedliwości.

Zasady sprawiedliwości dystrybutywnej na ogół były konstruowane w inny sposób. Odwoływano się zazwyczaj do pewnych etycznych wartości, takich jak bezinteresowność, równość czy też dobrobyt społeczny. Badano, czy proponowane zasady są zgodne z nimi, a także z rozmaitymi postulatami szczegółowymi. Można wyróżnić trzy klasyczne sposoby konstruowania i uzasadniania zasad sprawiedliwości dystrybutywnej.

1. *Oceny bezstronnego etycznego obserwatora*. Koncepcja bezstronnego obserwatora zakłada, że zna on funkcje użyteczności uczestników podziału, potrafi te użyteczności międzyosobowo porównywać i dokonuje oceny w sposób bezstronny. Często poszukiwano mechanizmu społecznego, który zapewniałby rozwiązanie konfliktu między interesami uczestników podziału w sposób bezstronny. Przykładem takiego mechanizmu jest założenie, że podział dokonywany jest w „sytuacji wyjściowej", w której „zasłona niewiedzy" zakrywa zarówno pozycje zajmowane przez poszczególne osoby (a więc w konsekwencji także udziały przypadające im w wyniku poszczególnych podziałów), jak i indywidualne funkcje użyteczności (por. Rawls, 1994). Idealna osoba w tej sytuacji wie, że jest jednym z uczestników podziału, nie wie jednak którym. Problem wyboru zasady sprawiedliwości jest tu zredukowany do indywidualnego podejmowania decyzji w warunkach niepewności. Zasada sprawiedliwego podziału jest społecznym analogonem wybranego przez racjonalną osobę kryterium indywidualnego podejmowania decyzji. Zawarcie w „sytuacji wyjściowej" umowy społecznej na temat zasady podziału dóbr zakłada możliwość przynajmniej częściowego porównywania intensywności indywidualnych preferencji. L. Ellsworth (1978) przeprowadził subtelną analizę tego podejścia i ujawnił znaczenie pewnych istotnych założeń tkwiących u podstaw uzasadnianych w ten sposób zasad sprawiedliwości.

2. *Równość podziału*. Istnieje wiele zasad sprawiedliwości dystrybutywnej sformułowanych przez egalitarystów. Podstawą oceny podziałów dóbr według tych zasad jest równość podziału, a nie korzyści osób, między które dzielone jest dobro. Równość podziału może być rozumiana na wiele sposobów. Dwa podstawowe, to równość wielkości dobra otrzymywanego przez poszczególne osoby w wyniku podziału lub równość użyteczności poszczególnych osób. Można wyróżnić odpowiednio dwa podstawowe typy egalitarnych zasad sprawiedliwości dystrybutywnej.

3. *Jednomyślna decyzja uczestników podziału*. Ten sposób konstruowania zasady sprawiedliwości i jej uzasadnienia zakłada aktywną rywalizację między uczestnikami podziału. Polega ona na rozstrzygnięciu gry o podział dóbr w drodze negocjacji. Rozstrzygnięcie tej gry wymaga jednomyślnej zgody na pewien podział dóbr, a w przypadku braku takiej zgody – stosuje się ustalone rozwiązanie bazowe (może to być podział równomierny, przypisanie wszystkim uczestnikom podziału zerowych udziałów itp.).

Opracowano wiele rozwiązań takich gier (np. Nash, 1950; Raiffa, 1953; Kalai i Smorodinsky, 1975). Generują one różne sposoby podziału dóbr, które dodatkowo zależą od założonego rozwiązania bazowego.

W teorii wyboru społecznego zasady sprawiedliwości na ogół są konstruowane i uzasadniane w sposób aksjomatyczny. Polega on na wyborze zestawu postulatów etycznych, reprezentujących pewną koncepcję sprawiedliwości i na sprawdzeniu, czy mogą być one spełnione równocześnie. Jeżeli jest to możliwe, to należy stwierdzić, czy jednoznacznie determinują one zasadę sprawiedliwości, czy też istnieje wiele zasad podziału, które posiadają założone własności. W tym ostatnim przypadku można rozszerzyć zestaw postulowanych własności w taki sposób, aby określał on jednoznacznie zasadę podziału dóbr. Różne aksjomatyczne charakterystyki dwóch klasycznych zasad sprawiedliwości dystrybutywnej: zasady utylitarystów i zasady leksykograficznego maksiminu Rawlsa podali C. de'Aspremont i L. Gevers (1977), R. Deschamps i L. Gevers (1978), P.J. Hammond (1976, 1979), E. Maskin (1978). Według M.E. Yaari i M. Bar-Hillel (1984) zasada podziału dóbr powinna dodatkowo zostać poddana ocenie empirycznej w celu stwierdzenia jej zgodności z etycznymi przekonaniami czy też moralnymi intuicjami niezainteresowanych, bezstronnych obserwatorów.

W artykule tym trzy typy zasad sprawiedliwości dystrybutywnej, związanych z wymaganiami: bezstronności, równości i jednomyślności, będą wyróżniane na podstawie ich zgodności z bazowymi relacjami: relacją sprawiedliwości Suppesa, relacją mniejszej zazdrości i relacją akceptacji.

Bezstronność

Większość klasycznych zasad sprawiedliwości dystrybutywnej jest zgodna z wymaganiem bezstronności. Oznacza to, że dopuszcza się międzyosobowe permutacje użyteczności, a więc traktuje się jako równoważne takie podziały, które różnią się tylko sposobem przypisania użyteczności poszczególnym uczestnikom podziału. Zakłada się, że informacja o tym, czyja jest dana użyteczność (tj. informacja o przypisaniu poziomów użyteczności poszczególnym osobom), nie posiada etycznego znaczenia i w konsekwencji nie ma wpływu na ustalenie uporządkowania społecznego – jest to istota idei bezstronności.

Warunek bezstronności, dopuszczający międzyosobowe zamiany użyteczności związanych z tym samym podziałem dóbr, różni się od warunku anonimowości, który wymaga tylko, aby wybór społeczny nie zmieniał się przy zmianach przyporządkowania osobom funkcji użyteczności. Zasady sprawiedliwości spełniające warunek bezstronności na ogół zastępują wektor indywidualnych użyteczności związanych z danym podziałem wartością jednego wskaźnika (lub kilku wskaźników) i ze względu na wartości tego wskaźnika (lub tych wskaźników) porządkują podziały od najsprawiedliwszego do najmniej sprawiedliwego.

W podanym wyżej przykładzie 1 wymieniliśmy pięć zasad spełniających warunek bezstronności (typ I). Zasady te wyznaczają uprządkowania wszystkich podziałów dóbr. Do ich określenia wystarczy podanie relacji sprawiedliwości P właściwej dla danej zasady. Podstawą do wyznaczenia tej relacji mogłaby być rozszerzona funkcja użyteczności h-tej osoby u_h lub też rozszerzona funkcja użyteczności spełniająca aksjomat pełnej identyczności u. Dalej będziemy zakładali tę drugą sytuację, pamiętając jednak również o pierwszej możliwości – ustalania uporządkowania podziałów od najsprawiedliwszego do najmniej sprawiedliwego według danej zasady ze względu na rozszerzone preferencje określonej osoby.

Zgodnie z zasadą maksyminu Rawlsa (*MR*) podział x jest sprawiedliwszy od podziału y zawsze i tylko wtedy, gdy użyteczność osoby znajdującej się w najmniej korzystnej sytuacji w przypadku podziału x (tj. osoby, której użyteczność w wyniku tego podziału jest najmniejsza) jest większa od użyteczności osoby znajdującej się w najmniej korzystnej sytuacji w przypadku podziału y.

$$xP_{MR}y \leftrightarrow \min_{h\in G} u(x,h) > \min_{h\in G} u(y,h)$$

Zasada maksyminu Rawlsa[8] wymaga założenia pomiarowo-porównawczego *PP*.

Zasada leksykograficznego maksyminu Rawlsa (*LMR*), nazywana też zasadą leksyminu, stanowi rozszerzenie zasady maksyminu Rawlsa w sytuacji, gdy użyteczności osób znajdujących się w najmniej korzystnych sytuacjach w przypadku podziałów x i y są jednakowe (mogą to być oczywiście inne osoby). Wówczas podziałem sprawiedliwszym jest ten, dla którego użyteczność drugiej z kolei osoby znajdującej się w najmniej korzystnej sytuacji jest wyższa. Jeżeli użyteczności drugich z kolei osób znajdujących się w najmniej korzystnych sytuacjach w przypadku podziałów x i y są również jednakowe, to porównuje się użyteczności trzecich z kolei osób znajdujących się w najmniej korzystnych sytuacjach w przypadku podziałów x i y itd. Stąd nazwa – leksykograficzny maksymin. Można ją zapisać formalnie w następujący sposób:

$$xP_{LMR}\, y \leftrightarrow \exists q \in \mathrm{N}_n, \forall v \in \mathrm{N}_n : v < q$$
$$[u(x, r_x(v)) = u(y, r_y(v))] \wedge [u(x, r_x(q)) > u(y, r_y(q))]$$

gdzie $N_n = \{1,...,v,...,q,...,n\}$ oznacza zbiór n pierwszych liczb naturalnych (rang), natomiast $r_x : \mathrm{N}_n \to G$ oznacza funkcję przyporządkowującą rangom poszczególne osoby ze zbioru G ze względu na ich sytuację w wyniku podziału x. Funkcja ta zachowuje porządek ze względu na użyteczności osób w wyniku podziału x

$$\forall q, v \in \mathrm{N}_n : \quad [u(x, r_x(v)) < u(x, r_x(q))] \to v < q$$

Analogicznie jest określona funkcja r_y z tą różnicą, że uwzględnia ona sytuację osób w wyniku podziału y.

Zasada leksykograficznego maksyminu Rawlsa, podobnie jak zasada maksyminu Rawlsa, wymaga założenia pomiarowo-porównawczego *PP*.

Oczywiście, między dwiema zasadami sprawiedliwości Rawlsa zachodzi następujący związek: $P_{MR} \subseteq P_{LMR}$.

Zasady sprawiedliwości Rawlsa są określone ze względu na użyteczności osób znajdujących się w najmniej korzystnej sytuacji. Naturalne jest rozważenie analogicznych zasad określonych ze względu na użyteczności osób znajdujących się w najbardziej korzystnej sytuacji (chociaż może to powodować etyczny sprzeciw niektórych osób). Zasady te reprezentują konserwatywne postawy wobec sprawiedliwości.

Zgodnie z zasadą maksymaksu konserwatystów (*MK*) podział x jest sprawiedliwszy od podziału y zawsze i tylko wtedy, gdy użyteczność osoby znajdującej się w najbardziej korzystnej sytuacji w przypadku podziału x (tj. osoby, której użyteczność w wyniku tego podziału jest największa) jest większa od użyteczności osoby znajdującej się w najbardziej korzystnej sytuacji w przypadku podziału y.

$$xP_{MK}\,y \leftrightarrow \max_{h \in G} u(x,h) > \max_{h \in G} u(y,h)$$

Zasada maksymaksu konserwatystów wymaga założenia pomiarowo-porównawczego *PP*.

Zasada leksykograficznego maksymaksu konserwatystów (*LMK*), nazywana też zasadą leksymaksu, stanowi rozszerzenie zasady maksymaksu w sytuacji, gdy użyteczności osób znajdujących się w najbardziej korzystnych sytuacjach w przypadku podziałów x i y są jednakowe. Wówczas podziałem sprawiedliwszym jest ten, dla którego użyteczność drugiej z kolei osoby znajdującej się w najbardziej korzystnej sytuacji jest wyższa. Jeżeli użyteczności drugich z kolei osób znajdujących się w najbardziej korzystnych sytuacjach w przypadku podziałów x i y są również jednakowe, to porównuje się użyteczności trzecich z kolei osób znajdujących się w najbardziej korzystnych sytuacjach w przypadku podziałów x i y itd. Zasada ta jest więc analogiczna do leksykograficznego maksyminu Rawlsa. Można ją zapisać formalnie w następujący sposób:

$$xP_{LMK}\,y \leftrightarrow \exists q \in \mathrm{N}_n, \forall v \in \mathrm{N}_n : v > q$$
$$[u(x, r_x(v)) = u(y, r_y(v))] \wedge [u(x, r_x(q)) > u(y, r_y(q))]$$

gdzie N_n, r_x oraz r_y są określone tak samo, jak w przypadku zasady leksykograficznego maksyminu Rawlsa.

Zasada leksykograficznego maksymaksu konserwatystów $xP_{LMK}y$, podobnie jak zasada maksymaksu konserwatystów, wymaga założenia pomiarowo-porównawczego *PP*.

Oczywiście, między dwiema relacjami sprawiedliwości konserwatystów zachodzi następujący związek: $P_{MK} \subseteq P_{LMK}$.

Zasada utylitarystów ma długą tradycję, a jej głównym współczesnym propagatorem jest J.C. Harsanyi (por. Harsanyi, 1955). Występuje ona w wielu wersjach. Wykorzystamy tu najpopularniejszą wersję nieważonego utylitaryzmu (*NU*). Według tej zasady podział x jest sprawiedliwszy od podziału y zawsze i tylko wtedy, gdy suma użyteczności związanych z podziałem x jest większa od sumy użyteczności związanych z podziałem y.

$$xP_{NU}\,y \leftrightarrow \sum_{h=1}^{n} u(x,h) > \sum_{h=1}^{n} u(y,h)$$

Zasada utylitarystów wymaga założenia pomiarowo-porównawczego *UJP*.

Wszystkie przytoczone zasady są zgodne z opisaną wyżej ideą bezstronności. Pierwszy sformułował ją precyzyjnie Patrick Suppes (1966). Zaproponował on określenie relacji sprawiedliwości oddzielnie dla każdej osoby $h \in G$ na podstawie jej rozszerzonej funkcji użyteczności u_h.

Relacja sprawiedliwości Suppesa.

Dla osoby h podział x jest sprawiedliwszy od podziału y (tj. $xP_h^J\,y$), jeżeli istnieje takie wzajemnie jednoznaczne odwzorowanie τ zbioru osób na siebie, że osoba h przedkłada znajdowanie się w pozycji pewnej osoby k w przypadku podziału x nad znajdowanie się w pozycji osoby przyporządkowanej przez to odwzorowanie $\tau(k)$ w przypadku podziału y, a ponadto uważa, że pozycja każdej osoby w przypadku podziału x jest przynajmniej tak dobra, jak pozycja odpowiadającej jej osoby w przypadku podziału y.

$$xP_h^J y \leftrightarrow \exists \tau \in T : [\exists k \in G : u_h(x,k) > u_h(y,\tau(k))] \wedge [\forall g \in G : u_h(x,g) \geq u_h(y,\tau(g))]$$

gdzie τ: $G \to G$ oznacza permutację określoną na zbiorze osób G, a T zbiór takich permutacji.

W podobny sposób można określić dla każdej osoby h relację nie mniejszej sprawiedliwości R_h^J.

$$xR_h^J y \leftrightarrow \exists \tau \in T : [\forall g \in N : u_h(x,g) \geq u_h(y,\tau(g))]$$

Suppes wykazał (1966, twierdzenie 2), że dla dwóch osób relacja P_h^J jest relacją częściowego mocnego porządku na zbiorze podziałów X, a Sen (1970, twierdzenie 9*1 i wniosek 9*c) uogólnił to na przypadek n osób oraz na relację R_h^J. Relacja P_h^J jest więc asymetryczna i przechodnia.

Fakt, że relacja P_h^J zależy jedynie od indywidualnych ocen osoby h i nie zakłada międzyosobowych porównań preferencji może powodować niepożądane konsekwencje. Dokonane w sposób bezstronny przez różne osoby indywidualne oceny sprawiedliwości podziałów dóbr mogą być całkowicie sprzeczne. Ponadto, nawet w przypadku, gdy są one zgodne, mogą być sprzeczne ze zgodnymi, indywidualnymi korzyściami tych osób. Ilustruje to poniższy przykład.

Przykład 2.

Niech indywidualne rozszerzone funkcje użyteczności dwóch osób będą następujące:

$u_1(y,2) > u_1(x,1) > u_1(y,1) > u_1(x,2)$,

$u_2(y,1) > u_2(x,2) > u_2(y,2) > u_2(x,1)$.

Zatem według indywidualnych bezstronnych relacji sprawiedliwości obu osób podział y jest sprawiedliwszy od podziału x

$$yP_1^J x \qquad \text{oraz} \qquad yP_2^J x.$$

Jednak obie osoby zgodnie uważają, że podział x jest dla nich korzystniejszy od podziału y.

$$u_1(x,1) > u_1(y,1) \qquad \text{oraz} \qquad u_2(x,2) > u_2(y,2).$$

Zaobserwowana możliwość sprzeczności zgodnych i bezstronnych indywidualnych ocen sprawiedliwości podziałów dóbr z optymalnością Pareto wymaga dokładniejszego rozważenia.

Słabą relację optymalności Pareto będziemy oznaczać przez $\overline{\overline{P}}$

$$x\overline{\overline{P}}y \leftrightarrow \forall h \in G : u_h(x,h) > u_h(y,h)$$

natomiast mocną relację optymalności Pareto przez $\overline{P}$

$$x\overline{P}y \leftrightarrow [\forall h \in G : u_h(x,h) \geq u_h(y,h)] \wedge [\exists g \in G : u_g(x,g) > u_g(y,g)]$$

Obie relacje optymalności Pareto są określone na podstawie osobistych preferencji wszystkich osób. Przyjmując aksjomat identyczności lub pełnej identyczności można w zapisie rozszerzonej funkcji użyteczności pominąć indeks dolny identyfikujący osobę. Obie relacje są asymetryczne i przechodnie. Nie pozwalają na porównywanie wszystkich podziałów dóbr.

Podzbiory podziałów optymalnych Pareto odpowiednio w sensie słabym i w sensie mocnym będziemy oznaczać przez $\overline{\overline{P}}(X)$ i $\overline{P}(X)$:

$$\overline{\overline{P}}(X) = \{x \in X \,|\, \neg(\exists y \in X : y\overline{\overline{P}}x)\} \text{ oraz } \overline{P}(X) = \{x \in X \,|\, \neg(\exists y \in X : y\overline{P}x)\}$$

Oczywiście: $\overline{\overline{P}} \subseteq \overline{P}$ oraz $\overline{P}(X) \subseteq \overline{\overline{P}}(X)$

Sen wykazał (1970, twierdzenie 9*2 i wniosek 9*2.1), że dla dwóch i większej liczby osób istnieje taki profil indywidualnych rozszerzonych funkcji użyteczności, dla którego relacja słabej optymalności Pareto (i w konsekwencji również mocnej optymalności Pareto) jest sprzeczna z każdą z indywidualnych bezstronnych relacji sprawiedliwości P_h^J ($h \in G$). Tę sprzeczność można wyeliminować przez nałożenie na indywidualne rozszerzone funkcje użyteczności ograniczenia określonego wyżej jako aksjomat identyczności, tj. przez wymaganie, aby każda osoba respektowała osobiste preferencje innych osób.

Twierdzenie 1 (Sen 1970, tw. 9*3)

Jeżeli jest spełniony aksjomat identyczności, to dla żadnej osoby $h \in G$ relacja mocnej optymalności Pareto $\overline{P}$ nie jest sprzeczna z indywidualną bezstronną relacją sprawiedliwości P_h^J, a ponadto $\forall x, y \in X, \forall h \in G: \quad x\overline{P}y \rightarrow xP_h^J y$.

Dalej będziemy zakładać spełnienie aksjomatu pełnej identyczności, a więc relacja sprawiedliwości Suppesa (bez indeksu dolnego) będzie zdawała sprawę z międzyosobowo porównywalnych ocen wszystkich osób. Analogiczne twierdzenia będą także prawdziwe dla indywidualnych relacji sprawiedliwości osoby h-tej oraz zasad sprawiedliwości wykorzystującej jedynie indywidualną rozszerzoną funkcję użyteczności tej osoby przy spełnieniu aksjomatu pełnej identyczności.

Twierdzenie 2 (Sen 1970, twierdzenie 9*5)

Jeżeli jest spełniony aksjomat pełnej identyczności, to:

$$\forall x, y \in X: \quad xP^J y \rightarrow \neg(yP_{MR}x)$$

Warto zwrócić uwagę na fakt, że podział x może być sprawiedliwszy od podziału y według zasady maksyminu Rawlsa, w sytuacji, gdy nie jest on sprawiedliwszy w sensie relacji sprawiedliwości Suppesa, ilustruje następująca rozszerzona funkcja użyteczności u

$$u(y,1) > u(x,1) > u(x,2) > u(y,2),$$

dla której $xP_{MR}y$ oraz $\neg(xP^Jy)$ i $\neg(xR^Jy)$, a także $\neg(yP^Jx)$ i $\neg(yR^Jx)$.

Warto także podkreślić, że zgodnie z twierdzeniem 2 relacja sprawiedliwości Suppesa P^J nie pociąga za sobą relacji sprawiedliwości według zasady maksyminu Rawlsa P_{MR}. Jest to konsekwencją małej wrażliwości tej wersji zasady Rawlsa na różnice między rozszerzonymi funkcjami użyteczności. Ilustruje to następujący przykład, w którym rozszerzona funkcja użyteczności u niewiele różni się od poprzedniej:

$$u(y,1) > u(x,1) > u(x,2) = u(y,2)$$

Mamy tu: yP^Jx, a zarazem $\neg(xP_{MR}y)$ i $\neg(yP_{MR}x)$. Zauważmy, że w tym przykładzie podział y jest lepszy od podziału x w mocnym sensie Pareto. Podział x jest natomiast nie mniej sprawiedliwy od podziału y według zasady maksyminu Rawlsa. Związki między relacjami optymalności Pareto a zasadą maksyminu Rawlsa przedstawia następne twierdzenie.

Twierdzenie 3 (Sen 1970, twierdzenie 9*6)

Jeżeli jest spełniony aksjomat pełnej identyczności, to:

$$\forall x, y \in X: \quad x\overline{P}y \rightarrow \neg(yP_{MR}x),$$

$$\forall x, y \in X: \quad x\overline{\overline{P}}y \rightarrow xP_{MR}y.$$

Podział lepszy w mocnym sensie optymalności Pareto nie może być mniej sprawiedliwy według zasady maksyminu Rawlsa, ale nie musi być bardziej sprawiedliwy według tej zasady. Jednak podział lepszy w słabym sensie optymalności Pareto jest sprawiedliwszy według tej zasady.

Dla zasady leksykograficznego maksyminu Rawlsa analogiczne twierdzenia mają bardziej jednoznaczny charakter.

Twierdzenie 4

Jeżeli jest spełniony aksjomat pełnej identyczności, to:

$$\forall x, y \in X: \quad xP^J y \rightarrow xP_{LMR}y.$$

Dowód.

Relacja sprawiedliwości Suppesa xP^Jy między dwoma podziałami x i y zachodzi wtedy, gdy każda składowa wektora rozszerzonych użyteczności związanych z podziałem x, spełniających aksjomat pełnej identyczności, uporządkowanego od najmniejszej użyteczności do największej, jest nie mniejsza od zajmującej tę samą pozycję składowej uporządkowanego w taki sam sposób wektora rozszerzonych użyteczności związanych z podziałem y, a ponadto co najmniej jedna z tych składowych jest większa.

Relacja sprawiedliwości według zasady leksykograficznego maksyminu Rawlsa $xP_{LMR}y$ wymaga jedynie, aby najmniejsze składowe użyteczności wektora związanego z podziałem x były nie mniejsze niż najmniejsze składowe użyteczności wektora związanego z podziałem y oraz aby jedna z tych najmniejszych użyteczności była większa. Jest to wymaganie słabsze niż w przypadku xP^Jy i w konsekwencji zachodzi wynikanie: $xP^Jy \rightarrow xP_{LMR}y$. •

Podział sprawiedliwszy w sensie Suppesa jest więc również sprawiedliwszy według zasady leksykograficznego maksyminu Rawlsa. To, że nie zachodzi odwrotna relacja, jest związane z faktem, iż zasada leksykograficznego maksyminu Rawlsa wyznacza słaby porządek na zbiorze wszystkich podziałów, zaś relacja sprawiedliwości Suppesa nie musi umożliwiać porównywania wszystkich podziałów.

Twierdzenie 5

Jeżeli jest spełniony aksjomat pełnej identyczności, to:

$$\forall x, y \in X: \quad x\overline{P}y \to xP_{LMR}y\,.$$

Dowód.

Z twierdzenia 1 wynika, że jeżeli jest spełniony aksjomat pełnej identyczności, to $\forall x, y \in X: \ x\overline{P}y \to xP^J y$, natomiast z twierdzenia 4, że $\forall x, y \in X: \ xP^J y \to xP_{LMR}y$, co kończy dowód. •

Twierdzenie 5 różni się od twierdzenia 3 i ilustruje fakt, że leksykograficzna wersja maksyminu Rawlsa, w odróżnieniu od samego maksyminu Rawlsa, jest wrażliwa na różnice między użytecznościami, które są związane z podziałami dóbr. Dwa podziały byłyby tak samo sprawiedliwe według zasady leksykograficznego maksyminu Rawlsa tylko wtedy, gdyby oba wektory uporządkowanych użyteczności związanych z tymi podziałami były identyczne. Natomiast według zasady maksyminu Rawlsa dwa podziały są jednakowo sprawiedliwe wówczas, gdy najmniejsze użyteczności związane z nimi są takie same.

Związki między relacjami sprawiedliwości Suppesa i relacjami optymalności Pareto a zasadami sprawiedliwości konserwatystów są takie same, jak między nimi a zasadami sprawiedliwości Rawlsa. Ta pozornie zaskakująca analogia wynika z faktu, że istotne różnice w postawach wobec sprawiedliwości między rawlsistami a konserwatystami z formalnego punktu widzenia polegają na zastąpieniu przy porównywaniu użyteczności związanych z podziałami wartości minimalnej przez wartość maksymalną.

Twierdzenie 6

Jeżeli jest spełniony aksjomat pełnej identyczności, to:

$$\forall x, y \in X: \quad xP^J y \to \neg(yP_{MK}x)\,.$$

Dowód.

Jeżeli jest spełniony aksjomat pełnej identyczności, to

$$xP^J y \;\rightarrow\; \exists \tau \in T: \; [\forall h \in G: \; u(x,\tau(h) \geq u(y,h)] \;\rightarrow$$
$$\rightarrow\; \exists k \in G: \; [\forall h \in G: \; u(x,k) \geq u(y,h)] \;\rightarrow\; \neg(yP_{MK}x). \bullet$$

Twierdzenie 7

Jeżeli jest spełniony aksjomat pełnej identyczności, to:

$$\forall x, y \in X: \quad x\overline{P}y \rightarrow \neg(yP_{MK}x),$$
$$\forall x, y \in X: \quad x\overline{\overline{P}}y \rightarrow xP_{MK}y .$$

Dowód.

Jeżeli jest spełniony aksjomat pełnej identyczności, to:

$$x\overline{P}y \;\rightarrow\; \{[\forall h \in G: \; u(x,h) \geq u(y,h)] \wedge [\exists g \in G: \; u(x,g) > u\ (y,g)]\} \;\rightarrow$$
$$\rightarrow\; \{\exists k \in G: \; [\exists h \in G: \; u(x,k) \geq u(y,h)]\} \;\rightarrow\; \neg(yP_{MK}x).$$
$$x\overline{\overline{P}}y \;\rightarrow\; [\forall h \in G: \; u_h(x,h) > u_h(y,h)] \;\rightarrow$$
$$\rightarrow\; \{\exists k \in G: \; [\forall h \in G: \; u(x,k) > u(y,h)]\} \;\rightarrow\; xP_{MK}y. \bullet$$

Twierdzenie 8

Jeżeli jest spełniony aksjomat pełnej identyczności, to:

$$\forall x, y \in X: \quad xP^J y \rightarrow xP_{LMK}y$$

Dowód.

Dowód jest analogiczny do dowodu twierdzenia 4. Jedyna różnica polega na tym, że relacja sprawiedliwości według zasady leksykograficznego maksymaksu konserwatystów $xP_{LMK}y$, w odróżnieniu od leksykograficznego maksyminu Rawlsa, wymaga, aby największe (a nie najmniejsze) składowe użyteczności wektora związanego z podziałem x były nie mniejsze niż największe składowe użyteczności wektora związanego z podziałem y oraz aby jedna z tych największych użyteczności była większa. Jest to wymaganie słabsze niż w przypadku xP^Jy i w konsekwencji zachodzi wynikanie: $xP^Jy \rightarrow xP_{LMK}y$. •

Twierdzenie 9

Jeżeli jest spełniony aksjomat pełnej identyczności, to:

$$\forall x, y \in X: \quad x\overline{P}y \rightarrow xP_{LMK}y .$$

Dowód.

Dowód jest analogiczny do dowodu twierdzenia 5 i wynika bezpośrednio jako konsekwencja twierdzeń 1 i 8. •

Zasady sprawiedliwości Rawlsa i konserwatystów porównują podziały dóbr ze względu na (międzyosobowo porównywalne) poziomy użyteczności uczestników podziału, natomiast zasada utylitarystów porównuje je ze względu na różnice między sumami użyteczności wszystkich osób. W konsekwencji, oczywisty jest fakt, że jeżeli podział x jest lepszy od podziału y w sensie Pareto, to jest również sprawiedliwszy według utylitarystów.

Twierdzenie 10

Jeżeli jest spełniony aksjomat pełnej identyczności, to:

$$\forall x, y \in X: \quad x\overline{P}y \rightarrow xP_{NU}y.$$

Dowód.

Zasadę utylitarystów zapisać można następująco:

$$xP_{NU}y \quad \leftrightarrow \quad \sum_{h=1}^{n} u(x,h) > \sum_{h=1}^{n} u(y,h) \quad \leftrightarrow \quad \sum_{h=1}^{n} [u(x,h) - u(y,h)] > 0$$

a z mocnego warunku optymalności Pareto $\overline{P}$ wynika, że każdy składnik powyższej sumy jest nieujemny, a co najmniej jeden z nich jest dodatni. •

Mniej oczywisty jest związek między relacją sprawiedliwości Suppesa a zasadą utylitarystów.

Twierdzenie 11 (Sen 1970, twierdzenie 9*7)

Jeżeli jest spełniony aksjomat pełnej identyczności, to:

$$\forall x, y \in X: \quad xP^{J}y \rightarrow xP_{NU}y.$$

Dowód.

Łatwo można zauważyć, że

$$\sum_{h=1}^{n} [u(x,h) - u(y,h)] \quad = \quad \sum_{g=1}^{n} [u(x,g) - u(y,\tau(g))]$$

a z relacji sprawiedliwości Suppesa R^J i P^J wynika, że istnieje taka permutacja τ zbioru osób G, dla której każdy składnik powyższej sumy jest nieujemny, a ponadto jeżeli zachodzi P^J, to co najmniej jeden z nich jest dodatni. •

Fakt nie zachodzenia odwrotnej implikacji można wyjaśnić podobnie jak w przypadku zasad sprawiedliwości Rawlsa i konserwatystów. Zasada utylitarystów również umożliwia porównywanie wszystkich podziałów dóbr, natomiast relacje sprawiedliwości Suppesa nie posiadają tej własności.

Rozważane tutaj zasady sprawiedliwości dystrybutywnej nie wyczerpują zbioru bezinteresownych zasad sprawiedliwości. Zaproponowano nowe zasady sprawiedliwego wyboru (Lissowski, Swistak 1995) oraz zasady oceny sprawiedliwości (Lissowski 2000), które są uogólnieniami rawlsowskich i konserwatywnych zasad sprawiedliwości.

Powyższe twierdzenia pokazują, że wszystkie rozważane zasady są w pewnym stopniu zgodne z relacjami sprawiedliwości Suppesa. Zgodność taką Kotaro Suzumura określił jako niezbędny warunek bezinteresowności zasady sprawiedliwości. Sformułowany przez niego warunek (Suzumura 1983: 156) jest jednak bardzo mocny.

Warunek bezinteresowności Suzumury

Relacje P („sprawiedliwszy niż”) i R („nie mniej sprawiedliwy niż”) określające bezinteresowną zasadę sprawiedliwości powinny spełniać następujące warunki:

$$R^J \subseteq R \qquad \text{oraz} \qquad P^J \subseteq P.$$

Zauważmy jednak, że ani zasada maksyminu Ralwsa, ani też zasada maksymaksu konserwatystów nie spełniają drugiej części tego warunku. W tym artykule ze względu na ograniczenie objętości nie rozważaliśmy natomiast relacji R („nie mniej sprawiedliwy niż”) związanych z poszczególnymi zasadami sprawiedliwości. Można jednak wykazać, że dla wszystkich rozważanych wyżej zasad ta część warunku Suzumury jest spełniona.

Równość

Ideał egalitarystów – równy podział dóbr – nie zawsze jest możliwy do osiągnięcia (np. w przypadku podziału zbioru niepodzielnych dóbr, gdy uczestnicy podziału mają identyczne preferencje[9]). Ponadto, taki podział nie musi spełniać i na ogół nie spełnia warunku efektywności. Jedynie w przypadku podziału jednego, jednorodnego i doskonale podzielnego dobra, równy podział jest optymalny w sensie Pareto. Gdy jednak jest więcej dóbr i różne są indywidualne funkcje użyteczności, to istnieją podziały lepsze dla wszystkich osób od podziału równego. Zaproponowano wiele rozwiązań, które mają zapewniać efektywność podziału przy zachowaniu jego egalitarnego charakteru (np. Pazner, Schmeidler, 1978). Celem większości tych propozycji było poszukiwanie podziału, który byłby wolny od zazdrości, tzn. aby żaden uczestnik podziału nie zazdrościł innemu jego udziału w podziale dobra.[10] Równy podział dóbr zapewnia bowiem brak zazdrości, jednak podział wolny od zazdrości nie musi być koniecznie podziałem równym. W formułowanych propozycjach na ogół określano rozwiązanie optymalne. Zwykle jednak nie wskazywano kryterium umożliwiającego porównywanie różnych podziałów dóbr.

Poniżej przedstawimy dwie, wykorzystane w przykładzie 1, egalitarne zasady oceny podziałów dóbr, które umożliwiają uporządkowanie wszystkich podziałów od najsprawiedliwszego do najmniej sprawiedliwego. Reprezentują one dwa podstawowe typy egalitarnych zasad sprawiedliwości dystrybutywnej. Celem pierwszej zasady, zaproponowanej przez Allana Feldmana i Alana Kirmana (1974), jest równość wielkości dobra otrzymywanego przez poszczególne osoby w wyniku podziału, a kryterium oceny podziałów dóbr – wielkość zazdrości uczestników podziału. Celem drugiej zasady, którą nazywać będziemy zasadą radykalnych egalitarystów, jest równość użyteczności uczestników podziału, a kryterium oceny podziałów dóbr – wielkość zróżnicowania użyteczności.

Zgodnie z zasadą Feldmana–Kirmana (FK)[11], podział x jest nie mniej sprawiedliwy od podziału y zawsze i tylko wtedy, gdy suma zazdrości związanych z podziałem x jest nie większa niż suma zazdrości związanych z podziałem y.

$$xR_{FK}\,y \leftrightarrow \{\sum_{h=1}^{n} \sum_{g:u_h(x,g)>u_h(x,h)} [u_h(x,g)-u_h(x,h)] \;\le\; \sum_{h=1}^{n} \sum_{g:u_h(y,g)>u_h(y,h)} [u_h(y,g)-u_h(y,h)]\}$$

natomiast podział x jest sprawiedliwszy od podziału y, gdy suma ta jest mniejsza

$$xP_{FK}\,y \leftrightarrow \{\sum_{h=1}^{n} \sum_{g:u_h(x,g)>u_h(x,h)} [u_h(x,g)-u_h(x,h)] \;<\; \sum_{h=1}^{n} \sum_{g:u_h(y,g)>u_h(y,h)} [u_h(y,g)-u_h(y,h)]\}$$

Miarą zazdrości h-tej osoby jest suma różnic między jej ocenami użyteczności udziałów tych pozostałych osób, którym zazdrości (tzn. tych, których udziały w podziale dóbr ocenia jako lepsze od udziału własnego), a użytecznością udziału własnego. Oczywiście, najsprawiedliwszymi podziałami są podziały równe. Zasada Feldmana–Kirmana wymaga co najmniej częściowego międzyosobowego porównywania użyteczności (tj. porównywalności jednostek pomiaru użyteczności) i założenia pomiarowo-porównawczego *UJP*.

Zgodnie z zasadą radykalnych egalitarystów (RE), podział x jest nie mniej sprawiedliwy od podziału y zawsze i tylko wtedy, gdy zróżnicowanie indywidualnych użyteczności związanych z podziałem x, mierzone wariancją[12], jest nie większe od zróżnicowania użyteczności związanych z podziałem y.

$$xR_{RE}\,y \leftrightarrow \tfrac{1}{n}\sum_{h=1}^{n}[u(x,h)-\overline{u(x)}]^2 \leq \tfrac{1}{n}\sum_{h=1}^{n}[u(y,h)-\overline{u(y)}]^2$$

natomiast podział x jest sprawiedliwszy od podziału y zawsze i tylko wtedy, gdy zróżnicowanie to jest mniejsze

$$xP_{RE}\,y \leftrightarrow \tfrac{1}{n}\sum_{h=1}^{n}[u(x,h)-\overline{u(x)}]^2 < \tfrac{1}{n}\sum_{h=1}^{n}[u(y,h)-\overline{u(y)}]^2$$

gdzie $\overline{u(x)} = \tfrac{1}{n}\sum_{h=1}^{n}u(x,h)$, $\overline{u(y)} = \tfrac{1}{n}\sum_{h=1}^{n}u(y,h)$ oznaczają wartości średnie użyteczności związanych z podziałami x i y odpowiednio.

Podziałami najsprawiedliwszymi według zasady radykalnych egalitarystów są podziały, które zapewniają wszystkim uczestnikom podziału jednakowe użyteczności. Zasada ta wymaga więc pełnej międzyosobowej porównywalności użyteczności wszystkich uczestników podziału i założenia pomiarowo-porównawczego *UP*.

Najsprawiedliwsze, według zasad egalitarystów podziały dóbr zapewniają, że żadna osoba nie zazdrości innej osobie jej udziału w podziale dóbr. Zbadamy, czy proponowane przez egalitarystów zasady oceny podziałów są zgodne z kryterium mniejszej zazdrości.

Osoba h zazdrości osobie g jej udziału w przypadku podziału x wtedy, gdy ocenia udział osoby g jako lepszy od udziału własnego.

$$hE_x g \;\leftrightarrow\; u_h(x,h) < u_h(x,g)\,.$$

Relacja E (od ang. *envy*) dla każdego podziału $x \in X$ oraz dla każdej osoby $h \in G$ wyróżnia podzbiór osób, którym osoba h zazdrości w przypadku podziału x. Jest ona określona ze względu na indywidualną rozszerzoną funkcję użyteczności osoby h. Jeżeli na funkcje użyteczności poszczególnych osób nie są nałożone żadne ograniczenia, może to powodować sytuacje, w których osoby zazdroszczą sobie wzajemnie w przypadku gdy podział jest lepszy w sensie Pareto, a nie zazdroszczą, gdy podział jest dla nich gorszy. Inaczej mówiąc, może występować sprzeczność między efektywnością podziałów a ich ocenami ze względu na kryterium zazdrości. Ilustruje to następujący przykład.

Przykład 3.

Niech indywidualne rozszerzone funkcje użyteczności dwóch osób będą następujące:

$$u_1(x,2) > u_1(x,1) > u_1(y,1) > u_1(y,2),$$

$$u_2(x,1) > u_2(x,2) > u_2(y,2) > u_2(y,1).$$

W tym przykładzie podział y, gorszy w sensie Pareto, jest pozbawiony zazdrości, natomiast podział lepszy x – nie (tj. obie osoby zazdroszczą sobie wzajemnie $1E_x2$ i $2E_x1$). Zauważmy, że ten profil indywidualnych rozszerzonych funkcji użyteczności spełnia aksjomat identyczności. Dopiero spełnienie aksjomatu pełnej identyczności ogranicza możliwość występowania tak skrajnej sprzeczności między efektywnością a zazdrością.

Spełnienie aksjomatu pełnej identyczności nie likwiduje, a jedynie redukuje możliwość występowania maksymalnego konfliktu między zazdrością a efektywnością. W tym przypadku nie jest możliwe, aby obie osoby zazdrościły sobie wzajemnie swoich udziałów w podziale dobra. Maksymalna liczba przypadków zazdrości redukuje się o połowę (z $n(n$-1) do $n(n$-1)/2). Dalej będziemy zakładać spełnienie aksjomatu pełnej identyczności.

Relacja E umożliwia porównywanie podziałów dóbr jedynie ze względu na liczbę przypadków zazdrości.[13] Potrzebna jest relacja indywidualna charakteryzująca różnicę między poziomami zazdrości określonej osoby w przypadkach różnych podziałów dóbr, a także relacja społeczna umożliwiająca takie porównania ze względu na wszystkich uczestników podziału.

Można przyjąć, że zazdrość osoby h w przypadku podziału x jest pewną niemalejącą funkcją e_h różnic jej ocen użyteczności udziałów innych osób w podziale x a jej udziałem w tym podziale. Jeżeli różnice te są ujemne, to wartość tej funkcji jest równa 0. Dodatkowo można założyć, że nie zależy ona od nazw innych uczestników podziału i że można wartości tej funkcji dodawać. Miarę zazdrości osoby h w przypadku podziału x można by zapisać następująco:

$$\sum_{g=1}^{n} e_h[\Delta u(x,g;x,h)] = \sum_{g=1}^{n} e_h[u(x,g) - u(x,h)]$$

Niezależnie od postaci funkcji e_h można uznać, że zazdrość osoby h w przypadku podziału x jest nie większa niż w przypadku podziału y wtedy, gdy według oceny tej osoby:

– różnice między użytecznościami osoby h udziałów w podziale dóbr tych osób, którym zazdrości ona w przypadku podziału y, a jej udziałem, są w przypadku podziału x nie większe niż w przypadku podziału y,

– żadnej z osób, którym osoba h nie zazdrości w przypadku podziału y, nie zazdrości także w przypadku podziału x.

$$\begin{aligned} xR_h^E y \leftrightarrow \{&[\forall g \in G:\ \ u_h(y,g) > u_h(y,h) \ \ \rightarrow \ \ \Delta u_h(y,g;y,h) \geq \Delta u_h(x,g;x,h)] \wedge \\ &\wedge\ [\forall g \in G:\ \ u_h(y,g) \leq u_h(y,h) \ \ \rightarrow \ \ u_h(x,g) \leq u_h(x,h)]\}. \end{aligned}$$

Jeżeli ponadto istnieje taka osoba, której osoba h zazdrości w przypadku podziału y, dla której różnica między użytecznością jej udziału w podziale x a użytecznością udziału osoby h jest mniejsza niż w przypadku podziału y, lub taka osoba, której osoba h nie zazdrości w przypadku podziału x, natomiast zazdrości w przypadku podziału y, to zazdrość osoby h w przypadku podziału x jest mniejsza niż w przypadku podziału y.

$$\begin{aligned} xP_h^E y \leftrightarrow \{&[\forall g \in G:\ \ u_h(y,g) > u_h(y,h) \ \ \rightarrow \ \ \Delta u_h(y,g;y,h) \geq \Delta u_h(x,g;x,h)] \wedge \\ &\wedge\ [\forall g \in G:\ \ u_h(y,g) \leq u_h(y,h) \ \ \rightarrow \ \ u_h(x,g) \leq u_h(x,h)]\} \wedge \\ &\wedge\ \{\exists k \in G: [u_h(y,k) > u_h(y,h) \ \ \rightarrow \ \ \Delta u_h(y,k;y,h) > \Delta u_h(x,k;x,h)] \vee \\ &\vee\ [(u_h(x,k) \leq u_h(x,h)) \wedge (u_h(y,k) > u_h(y,h))]\}. \end{aligned}$$

Na ogół przy porównywaniu podziałów dóbr zmniejszeniu zazdrości pewnych osób towarzyszy zwiększenie zazdrości innych osób. Można jedynie konstruować relacje społecznej zazdrości na wzór relacji optymalności Pareto.

Jeżeli zazdrość wszystkich osób w przypadku podziału x jest nie większa niż w przypadku podziału y, to można przyjąć, że zazdrość związana z podziałem x jest nie większa niż związana z podziałem y.

$$xR^E y \ \ \leftrightarrow \ \ [\forall h \in G: xR_h^E y].$$

Jeżeli ponadto przynajmniej dla jednej osoby zazdrość jest mniejsza, to można przyjąć, że zazdrość związana z podziałem x jest mniejsza niż związana z podziałem y.

$$xP^E y \quad \leftrightarrow \quad \{[\forall h \in G : xR_h^E y] \wedge [\exists g \in G : xP_g^E y]\}.$$

Relacja P^E jest asymetryczna i przechodnia. Nie umożliwia ona, podobnie jak relacja optymalności Pareto, porównywania wszystkich możliwych podziałów dóbr.

Lemat.

Jeżeli spełniony jest aksjomat pełnej identyczności oraz $xR^E y$ lub $xP^E y$, to:

– uporządkowania konsekwencji podziałów x oraz y dla wszystkich osób są takie same z wyjątkiem możliwej zmiany mocnej preferencji w przypadku podziału y na indyferencję w przypadku podziału x

$$\begin{aligned}\forall h, g \in G:\ \{[(u_h(y,h) \geq u(y,g) \quad &\leftrightarrow \quad u_h(x,h) \geq u_h(x,g)) \wedge \\ \wedge \quad (u_h(y,h) = u(y,g) \quad &\rightarrow \quad u_h(x,h) = u_h(x,g))] \vee \\ \vee \quad [(u_h(y,h) \leq u(y,g) \quad &\leftrightarrow \quad u_h(x,h) \leq u_h(x,g)) \wedge \\ \wedge \quad (u_h(y,h) = u(y,g) \quad &\rightarrow \quad u_h(x,h) = u_h(x,g))]\},\end{aligned}$$

– dla każdej osoby h wszystkie bezwzględne różnice między użytecznościami udziałów innych osób a jej udziałem w podziale x są nie większe niż w podziale y, a jeżeli zachodzi $xP^E y$, to przynajmniej dla jednej z tych osób co najmniej jedna z tych różnic jest mniejsza

$$xR^E y \quad \rightarrow \quad [\forall h \in G, \quad \forall (g,h) \in G \times G: \quad |\Delta u_h(x,g;x,h)| \leq |\Delta u_h(y,g;y,h)|],$$

$$\begin{aligned}xP^E y \quad \rightarrow \quad &\{[\forall h \in G, \quad \forall (g,h) \in G \times G : |\Delta u_h(x,g;x,h)| \leq |\Delta u_h(y,g;y,h)|] \wedge \\ &\wedge [\exists h \in G, \quad \exists (i,k) \in G \times G : |\Delta u_h(x,i;x,k)| < |\Delta u_h(y,i;y,k)|]\}.\end{aligned}$$

Dowód lematu.

Aksjomat pełnej identyczności oraz relacje R^E i P^E nakładają na preferencje indywidualne bardzo mocne ograniczenia.

Pierwsza część lematu wynika z faktu, że dla żadnej osoby podzbiór osób, którym dana osoba nie zazdrości w przypadku podziału x nie jest mniejszy niż w przypadku podziału y, a zbiór osób, którym dana osoba zazdrości – nie jest większy.

Druga część lematu wynika z faktu, że dla każdej osoby różnice między użytecznościami udziałów tych osób, którym dana osoba zazdrości, a jej udziałem w podziale są w przypadku podziału x nie większe niż w przypadku podziału y. Ponadto, gdy zachodzi xP^Ey, to przynajmniej dla jednej z tych osób co najmniej jedna z tych różnic jest mniejsza. •

Warto zwrócić uwagę, że na ogół, chociaż nie zawsze, jeżeli zachodzą relacje xR^Ey lub xP^Ey, to

$$\forall h, g \in G: \{[u_h(y,h) \geq u_h(x,h) \geq u_h(x,g) \geq u(y,g)] \vee \\ \vee [u_h(y,h) \leq u_h(x,h) \leq u_h(x,g) \leq u(y,g)]\}.$$

Własność ta jest podobna do aksjomatu E, który został sformułowany przez Petera J. Hammonda (1976) w innym kontekście, a jego celem była redukcja nierówności. Jest on nazywany aksjomatem słuszności (*equity axiom*) i był wykorzystywany prawie we wszystkich aksjomatyzacjach zasad sprawiedliwości dystrybutywnej. Przypomnijmy, zgodnie z postulatem Hammonda, podział x powinien zostać uznany za nie mniej sprawiedliwy od podziału y, jeżeli $u(y,h) > u(x,h) > u(x,g) > u(y,g)$, natomiast dla $\forall k \in G - \{g,h\}: u(x,k) = u(y,k)$. Oczywiście, jeżeli jest spełniony warunek sformułowany w aksjomacie słuszności, to z podziałem x jest związana mniejsza zazdrość niż z podziałem y.

Łatwo można pokazać, że relacja mniejszej zazdrości P^E jest zgodna z relacją sprawiedliwości wyznaczoną za pomocą zasady Feldmana i Kirmana.

Twierdzenie 12

Jeżeli jest spełniony aksjomat pełnej identyczności, to

$$\forall x, y \in X: \quad xP^E y \rightarrow xP_{FK} y.$$

Dowód.

Wprost z określenia relacji P^E wynika, że dla każdej osoby h wszystkie różnice między użytecznościami udziałów tych osób, którym dana osoba zazdrości, a jej udziałem w podziale są w przypadku podziału x nie większe niż w przypadku podziału y, a przynajmniej dla jednej osoby co najmniej jedna z tych różnic użyteczności jest mniejsza. W konsekwencji, suma tych różnic dla każdej osoby h jest nie większa, a dla wszystkich osób łącznie suma tych różnic jest mniejsza w przypadku podziału x niż w przypadku podziału y. Relacja

$P_{F\text{-}K}$ jest znacznie słabsza od relacji P^E, gdyż kwantyfikatory ogólne występujące w określeniu tej ostatniej są zastąpione sumami. •

Podobnie można pokazać, że relacja mniejszej zazdrości P^E jest zgodna z relacją sprawiedliwości wyznaczoną za pomocą zasady radykalnych egalitarystów.

Twierdzenie 13.

Jeżeli jest spełniony aksjomat pełnej identyczności, to

$$\forall x, y \in X: \quad xP^E y \rightarrow xP_{RE} y.$$

Dowód.

Warto przypomnieć, że chociaż wariancję użyteczności definiuje się jako średnią kwadratów odchyleń poszczególnych użyteczności od średniej użyteczności, to jest ona równa połowie średniej kwadratów różnic między użytecznościami wszystkich par uczestników podziału.

$$\frac{1}{n^2}\sum_{g=1}^{n}\sum_{h=1}^{n}[u(x,g)-u(x,h)]^2 = \frac{1}{n^2}\sum_{g=1}^{n}\sum_{h=1}^{n}\{[u(x,g)]^2 - 2u(x,g)u(x,h) + [u(x,h)]^2\} =$$

$$= \tfrac{1}{n}\sum_{g=1}^{n}[u(x,g)]^2 - 2\overline{u(x)}\,\overline{u(x)} + \tfrac{1}{n}\sum_{h=1}^{n}[u(x,h)]^2 = 2\times\{\tfrac{1}{n}\sum_{h=1}^{n}[u(x,h)]^2 - [\overline{u(x)}]^2\} =$$

$$= 2\times\{\tfrac{1}{n}\sum_{h=1}^{n}[u(x,h)-\overline{u(x)}]^2\}$$

Relację sprawiedliwości $xR^E y$ według zasady radykalnych utylitarystów można zatem zapisać następująco:

$$xR_{RE}y \leftrightarrow \tfrac{1}{n}\sum_{h=1}^{n}[u(x,h)-\overline{u(x)}]^2 \le \tfrac{1}{n}\sum_{h=1}^{n}[u(y,h)-\overline{u(y)}]^2 \leftrightarrow$$

$$\leftrightarrow \frac{1}{n^2}\sum_{g=1}^{n}\sum_{h=1}^{n}[u(x,g)-u(x,h)]^2 \le \frac{1}{n^2}\sum_{g=1}^{n}\sum_{h=1}^{n}[u(x,g)-u(x,h)]^2$$

Jeżeli zatem zgodnie z relacją mniejszej zazdrości P^E różnice między użytecznościami poszczególnych osób w przypadku podziału x są nie większe niż w przypadku podziału y, to według zasady sprawiedliwości radykalnych egalitarystów podział x jest nie mniej sprawiedliwy od podziału y. Ponieważ ponadto, któraś z tych różnic w przypadku podziału x jest mniejsza niż w przypadku podziału y, to podział x jest sprawiedliwszy od podziału y. •

Jednomyślność

Uczestnicy podziału dóbr mają na ogół sprzeczne interesy. Jednomyślne i dobrowolne uzgodnienie przez nich sposobu podziału dóbr[14] jest możliwe w dwóch sytuacjach. Pierwsza wymaga, aby wszyscy uczestnicy podziału akceptowali te same kryteria etyczne dotyczące podziału dóbr, przy czym postępowanie zgodnie z nimi musi być przedkładane nad interes własny. Druga zakłada, że konsekwencją braku jednomyślności będzie rozwiązanie mniej korzystne dla każdego z nich od podziału, który można jednomyślnie uzgodnić. Oznacza to, że każdy uczestnik podziału posiada prawo weta wobec proponowanego podziału, co wymusza ustępstwa ze strony pozostałych osób. Ta druga, bardziej realistyczna sytuacja, znana jest pod nazwą gier o sprawiedliwy podział dóbr.

Brian Barry (1989) przeciwstawia dwie koncepcje sprawiedliwości: „sprawiedliwości jako wzajemnej korzyści" i „sprawiedliwości jako bezstronności". Według pierwszej – „sprawiedliwość jest po prostu racjonalnym sposobem postępowania w sytuacjach, w których kooperacja innych ludzi jest warunkiem otrzymania przez nas tego, co pragniemy" (s. 6), natomiast według drugiej – „sprawiedliwe jest takie rozwiązanie, które ludzie mogą akceptować nie po prostu dlatego, że nie mogą rozsądnie *oczekiwać* otrzymania więcej, lecz w głębszym sensie, że nie mogą rozsądnie *żądać* więcej" (s. 8). „Rozsądne żądanie" odwołuje się do pewnych wartości etycznych, wymagających uwzględniania konsekwencji podziału dla innych osób, natomiast „rozsądne oczekiwanie" zakłada kierowanie się jedynie własnymi korzyściami, których uzyskanie może zależeć od kooperacji z innymi uczestnikami podziału. „Rozsądne oczekiwanie" odpowiada więc temu, co ludzie mogą oczekiwać i uzyskać w wyniku negocjacji lub gier o podział dóbr.

Opracowano wiele propozycji rozwiązań gier o podział dóbr. Polegają one na wskazywaniu takiego sposobu podziału, który spełnia pewien zestaw postulatów. W klasycznych propozycjach rozwiązania takich gier na ogół brak było kryterium pozwalającego na porównywanie różnych podziałów dóbr. Niekiedy jednak później proponowano kryteria umożliwiające takie porównania związane z opracowanym wcześniej rozwiązaniem optymalnym. W teoriach behawioralnych, zajmujących się sposobem racjonalnego postępowania w grach o podział dóbr, również pojawiły się propozycje zachowań, które w wyniku wzajemnych ustępstw prowadzą do tych samych optymalnych podziałów dóbr.

W przykładzie 1 zostały wykorzystane dwie zasady oceny podziałów dóbr, które umożliwiają uporządkowanie wszystkich podziałów, od najsprawiedliwszego do najmniej sprawiedliwego. Są one związane z najbardziej znanymi rozwiązaniami gier o podział dóbr: rozwiązaniem Nasha (1950) i rozwiązaniem Kalai–Smorodinsky'ego (1975) (por. też Young, 2003). Zakładają one, że w przypadku braku jednomyślności zostanie zastosowane rozwiązanie bazowe *d*, mniej korzystne dla uczestników podziału. Oba rozwiązania spełniają trzy wspólne postulaty: słaby warunek optymalności Pareto, niezależność od liniowych przekształceń indywidualnych użyteczności i symetrię, a różnią się tylko jednym. Rozwiązanie Nasha zakłada niezależność od alternatyw niezwiązanych w tym znaczeniu, że jeżeli rozwiązanie optymalne dla większego zbioru możliwości zawiera się w jakimś jego podzbiorze, to jest ono również rozwiązaniem optymalnym dla tego podzbioru. Rozwiązanie Kalai–Smorodinsky'ego zamiast tego postulatu spełnia inny warunek – monotoniczność. Swobodnie mówiąc, polega ona na tym, że gdy zbiór możliwych rozwiązań rozszerza się na korzyść jednego z uczestników podziału, to w konsekwencji tego rozszerzenia nie może on stracić.

Stosując ogólniejsze podejście, zainicjowane w teorii wyboru społecznego przez K.J. Arrowa, i wychodząc od bardziej podstawowych postulatów niż postulaty Nasha, opracowano kilka takich propozycji funkcji społecznego dobrobytu (umożliwiających porównywanie wszystkich podziałów dóbr), według których podział optymalny jest tożsamy z rozwiązaniem Nasha. Stanowią one również uogólnienia rozwiązania Nasha dla sytuacji gier *n*-osobowych (oryginalne rozwiązanie Nasha dotyczyło gier dwuosobowych). Pierwsze propozycje tego rodzaju sformułowali F. DeMeyer i C.R. Plott (1971), M. Kaneko i K. Nakamura (1979) i K. Roberts (1980). Ze względu na podobieństwo tych kryteriów porównywania podziałów dóbr dalej będziemy posługiwali się określeniem „zasada Nasha".

Zgodnie z zasadą Nasha, podział *x* jest sprawiedliwszy od podziału *y* zawsze i tylko wtedy, gdy iloczyn przyrostów indywidualnych użyteczności w porównaniu z rozwiązaniem bazowym *d* jest w przypadku podziału *x* większy od iloczynu przyrostów indywidualnych użyteczności w przypadku podziału *y*.[15]

$$xP_N y \leftrightarrow \prod_{h=1}^{n} [u_h(x,h) - u_h(d,h)] > \prod_{h=1}^{n} [u_h(y,h) - u_h(d,h)]$$

Zasada Nasha wymaga założenia pomiarowo-porównawczego *UN*. Niezbędne jest jednak istnienie wspólnego podziału *d*, od którego liczy się przyrosty użyteczności. Oceny podziałów dóbr (i w konsekwencji rozwiązanie Nasha) są zależne od wyboru podziału *d*. Według A.K. Sena (1970: 120) jest to zasadnicza wada rozwiązania Nasha.

J.C. Harsanyi (1956) wykazał, że rozwiązanie Nasha jest zgodne z behawioralną koncepcją kolejnych, wzajemnych ustępstw w negocjacjach o stawki płacy między pracodawcami a pracownikami, opublikowaną w 1930 r. przez F. Zeuthena. Wyobraźmy sobie sytuację negocjacji między dwoma graczami, w której rozwiązaniem bazowym jest *d*. Każdy z graczy przedstawia propozycję rozwiązania.

Niech x będzie propozycją pierwszego gracza, a y – propozycją drugiego. Zakładamy, że obie propozycje są optymalne w sensie Pareto. Wówczas $\frac{[u_1(x,1)-u_1(d,1)]-[u_1(y,1)-u_1(d,1)]}{[u_1(x,1)-u_1(d,1)]}$ oznacza względną stratę pierwszego gracza, w przypadku gdyby została przyjęta propozycja jego przeciwnika w stosunku do jego zysku (w porównaniu z rozwiązaniem bazowym), w przypadku gdyby przyjęta została jego własna propozycja. Analogiczną interpretację dla drugiego gracza ma wyrażenie $\frac{[u_2(y,2)-u_2(d,2)]-[u_2(x,2)-u_2(d,2)]}{[u_2(y,2)-u_2(d,2)]}$.

Według Zeuthena, pierwszy gracz powinien ustąpić, w przypadku gdy

$$\frac{[u_1(x,1)-u_1(d,1)]-[u_1(y,1)-u_1(d,1)]}{[u_1(x,1)-u_1(d,1)]} < \frac{[u_2(y,2)-u_2(d,2)]-[u_2(x,2)-u_2(d,2)]}{[u_2(y,2)-u_2(d,2)]}$$

natomiast drugi gracz w sytuacji, gdy znak nierówności jest przeciwny. Łatwo zauważyć, że powyższa nierówność jest równoważna nierówności

$$[u_1(x,1)-u_1(d,1)][u_2(x,2)-u_2(d,2)] < [u_1(y,1)-u_1(d,1)][u_2(y,2)-u_2(d,2)].$$

Tak więc propozycja Zeuthena jest formalnie równoważna maksymalizacji iloczynu przyrostów użyteczności, które występują w modelu Nasha. W wyniku serii kolejnych ustępstw zostałoby uzyskane rozwiązanie Nasha.

Podobną koncepcję sekwencji kolejnych ustępstw wykorzystuje David Gauthier (1985, 1986) (por. też Porębski, 1999). Jego teoria jest znacznie bogatsza od propozycji Zeuthena. Zakłada on, że dla każdej osoby $h \in N$ istnieje w zbiorze możliwych rozwiązań gry rozwiązanie idealne $b_h(X)$, tj. takie, które maksymalizuje jej użyteczność $u_h(b_h(X),h) = \max_{x \in X}\{u_h(x,h)\}$. Zakłada się, że

$u_h(b_h(X),h) > u_h(d,h)$, gdzie d, jak poprzednio, oznacza rozwiązanie bazowe, które jest stosowane w przypadku braku jednomyślności. Oczywiście, w zbiorze możliwych rozwiązań X nie musi istnieć i na ogół nie istnieje rozwiązanie b=($b_1(X)$, $b_2(X)$,..., $b_n(X)$), które jest jednocześnie rozwiązaniem idealnym dla wszystkich osób. Wprowadzimy następujące oznaczenia:

– ustępstwo osoby h w przypadku akceptacji podziału x w porównaniu z rozwiązaniem idealnym

$$s_h(x) = \frac{u_h(b_h(X),h) - u_h(x,h)}{u_h(b_h(X),h) - u_h(d,h)}$$

– względny zysk użyteczności osoby h w przypadku akceptacji podziału x w porównaniu z rozwiązaniem bazowym

$$z_h(x) = \frac{u_h(x,h) - u_h(d,h)}{u_h(b_h(X),h) - u_h(d,h)}$$

Oczywiście: $s_h(x) + z_h(x) = 1$. W odróżnieniu od koncepcji Zeuthena względny zysk jest tu unormowany, a nie zmienia się w zależności od ostatniej propozycji.

Gauthier przyjmuje, że każda osoba gotowa jest na ustępstwa, zakładając, że inne osoby również będą gotowe ustąpić, jednak nie na ustępstwa większe od ustępstw pozostałych osób.

Rozwiązaniem gry powinien być taki podział, w którym maksymalne ustępstwo dowolnej osoby będzie możliwie najmniejsze. Formułując to samo w kategoriach względnego zysku użyteczności można powiedzieć, że zysk osoby w najgorszej sytuacji powinien być możliwie największy. Rozwiązaniem optymalnym według Gauthiera będzie więc taki podział x, że

$$\forall y \in X, y \neq x: \quad \min_{h \in G} \frac{u_h(x,h) - u_h(d,h)}{u_h(b_h(X),h) - u_h(d,h)} > \min_{g \in G} \frac{u_g(y,g) - u_g(d,g)}{u_g(b_g(X),g) - u_g(d,g)}$$

Propozycja Gauthiera jest ściśle związana z rozwiązaniem Kalai–Smorodinsky'ego. Dla dwóch osób optymalnym podziałem według Kalai–Smorodinsky'ego jest maksymalny podział spośród podziałów spełniających warunek

$$\frac{u_1(x,1) - u_1(d,1)}{u_1(b_1(X),1) - u_1(d,1)} = \frac{u_2(x,2) - u_2(d,2)}{u_2(b_2(X),2) - u_2(d,2)}$$

Oczywiście, podobnie jak rozwiązanie Nasha, rozwiązanie to nie jest niezależne od wyboru rozwiązania bazowego *d*. Rozwiązanie Kalai–Smorodinsky'ego zostało sformułowane dla sytuacji, w której są tylko dwie osoby. W przypadku większej liczby osób może ono nie spełniać warunku optymalności Pareto. H. Imai (1983) wykazał jednak, że dla dowolnej liczby osób warunek optymalności będzie spełniony, jeżeli zastąpi się warunek monotoniczności Kalai–Smorodinsky'ego dwoma warunkami: indywidualnej monotoniczności oraz niezależności od alternatyw niezwiązanych innych niż rozwiązanie idealne.

Bardzo szczegółową analizę uogólniającą wyniki Kalai–Smorodinsky'ego i podejście w kategoriach wzajemnych ustępstw Gauthiera przeprowadziła Marlies Klemisch-Ahlert (1992). Zaproponowała ona zasadę, którą nazwała leksykograficznym maksyminem względnych zysków użyteczności. Jest ona zasadą oceny podziałów i umożliwia porównywanie wszystkich podziałów. Najsprawiedliwsze rozwiązanie według tej zasady jest zgodne z rozwiązaniami Kalai–Smorodinsky'ego i Gauthiera wtedy, gdy rozwiązania te spełniają mocny warunek optymalności Pareto.

Istota tej propozycji polega na zastąpieniu wektora indywidualnych osobistych użyteczności związanych z podziałem x:

$$\widetilde{u}(x) = [\widetilde{u}_1(x,1), \quad \widetilde{u}_2(x,2), \ldots, \quad \widetilde{u}_h(x,h), \ldots, \quad \widetilde{u}_n(x,n)],$$

wektorem względnych zysków użyteczności związanych z tym podziałem, przy ustalonym rozwiązaniu bazowym d i rozwiązaniu idealnym b:

$$z(x) = [z_1(x), \quad z_2(x), \ldots, \quad z_h(x), \ldots, \quad z_n(x)].$$

Następnie zmienia się uporządkowanie wektora względnych zysków użyteczności $z(x)$ za pomocą takiej permutacji μ na zbiorze osób G, aby

$$z_{\mu(1)}(x) \leq z_{\mu(2)}(x) \leq \ldots \leq z_{\mu(h)}(x) \leq \ldots \leq z_{\mu(n)}(x).$$

Uporządkowany wektor będziemy oznaczać przez $L[z(x)]$:

$$L[z(x)] = [z_{\mu(1)}(x), \quad z_{\mu(2)}(x), \ldots, \quad z_{\mu(h)}(x), \ldots, \quad z_{\mu(n)}(x)].$$

W analogiczny sposób wyznacza się uporządkowany wektor względnych zysków użyteczności związanych z podziałem y: $L[z(y)]$.

Uporządkowane wektory porównuje się następnie według kryterium porządku leksykograficznego $\succ_{lex}$. Oczywiście, $L[z(x)] \succ_{lex} L[z(y)]$ wtedy, gdy uporządkowany wektor względnych zysków użyteczności reprezentujący podział x zajmuje w tym porządku wyższą (dalszą) pozycję niż odpowiedni wektor reprezentujący podział y.

Zgodnie z zasadą leksykograficznego maksyminu Klemisch-Ahlert, podział x jest sprawiedliwszy od podziału y zawsze i tylko wtedy, gdy uporządkowany wektor względnych zysków użyteczności reprezentujący podział x zajmuje w porządku leksykograficznym wyższą (dalszą) pozycję niż odpowiedni wektor reprezentujący podział y.

$$xP_{LMK-A}y \quad \leftrightarrow \quad L[z(x)] \succ_{lex} L[z(y)]\,.$$

Zasada leksykograficznego maksyminu Klemisch-Ahlert, podobnie jak zasada Nasha, wymaga założenia pomiarowo-porównawczego *UN*. Zakłada jednak, że ustalone są rozwiązanie bazowe i rozwiązanie idealne.

Uczestnik gry o podział dóbr przy podejmowaniu decyzji o tym, czy zaakceptować dany podział przy porównywaniu go z innym podziałem, czy też nie, musi wykorzystywać ocenę konsekwencji poszczególnych podziałów nie tylko dla siebie, ale również dla pozostałych osób. Jeżeli ocena konsekwencji podziałów dla pozostałych osób byłaby błędna, to ostateczne rozwiązanie mogłoby być niekorzystne nie tylko dla niego, ale także dla pozostałych osób. Łatwo można sobie wyobrazić taką sytuację, w której każda osoba błędnie ocenia, że podział trochę mniej korzystny dla niej jest wyraźnie bardziej korzystny od drugiego podziału dla wszystkich pozostałych osób i decyduje się na jego akceptację. W rezultacie mógłby zostać zaakceptowany podział gorszy w słabym sensie Pareto. Racjonalnym założeniem, które trzeba przyjąć, aby uniknąć takiej sytuacji, jest aksjomat identyczności.

Rozważmy przypadek dwóch osób i dwóch podziałów. Kiedy można oczekiwać na podstawie rozszerzonej funkcji użyteczności osoby 1, dla której korzystniejszy jest podział x, że nie zaakceptuje ona mniej korzystnego dla niej podziału y, natomiast uzna, że osoba 2 zaakceptuje mniej korzystny dla siebie podział x? Możliwe są następujące sytuacje (ograniczymy się tylko do mocnych preferencji):

(Ia) $u_1(y,2) > u_1(x,2) > u_1(x,1) > u_1(y,1)$, (IIa) $u_1(x,1) > u_1(y,1) > u_1(y,2) > u_1(x,2)$,

(Ib) $u_1(y,2) > u_1(x,1) > u_1(x,2) > u_1(y,1)$, (IIb) $u_1(x,1) > u_1(y,2) > u_1(y,1) > u_1(x,2)$,

(Ic) $u_1(y,2) > u_1(x,1) > u_1(y,1) > u_1(x,2)$, (IIc) $u_1(x,1) > u_1(y,2) > u_1(x,2) > u_1(y,1)$.

W sytuacjach typu I najwyżej oceniana jest konsekwencja podziału *y* dla osoby 2, a w sytuacjach typu II – konsekwencja podziału *x* dla osoby 1. Sytuacje oznaczone literą c charakteryzuje to, że różnice między konsekwencjami obu podziałów dla jednej osoby są znacznie większe niż dla drugiej. W sytuacji IIc osoba 1 nie byłaby skłonna do zaakceptowania mniej korzystnego dla niej podziału *y*. Ponieważ różnice między obu podziałami dla osoby 2 w tej sytuacji są mniejsze, więc osoba 1 może oczekiwać, że osoba 2 ustąpi i zaakceptuje mniej korzystny dla siebie podział *x*. Analogicznie, osoba 1 może oczekiwać, że w sytuacji Ic osoba 2 nie będzie skłonna do zaakceptowania podziału *x*, a ona sama może być skłonna do zaakceptowania podziału *y*. W pozostałych sytuacjach gotowość do akceptacji mniej korzystnego podziału nie jest już tak jednoznaczna. Zależeć ona będzie od oceny oraz porównania strat i zysków obu osób. Najwyraźniej jest to widoczne w sytuacjach oznaczonych literą a. Konsekwencje obu podziałów są dla jednej osoby korzystniejsze od konsekwencji obu podziałów dla drugiej osoby. Ponadto, podział bardziej korzystny dla osoby w lepszej sytuacji jest dla osoby w gorszej sytuacji mniej korzystny od drugiego podziału. Wydawać by się więc mogło, że osoba w lepszej sytuacji zaakceptuje mniej korzystny dla siebie podział, a osoba w gorszej sytuacji nie zaakceptuje mniej korzystnego dla siebie podziału. Tymczasem również w takich sytuacjach gotowość do ustępstwa i akceptacji mniej korzystnego podziału będzie zależała od porównania zysków i strat obu osób. Istnieje bowiem podział *d* najmniej korzystny dla obu osób, który zostałby zastosowany w przypadku braku porozumienia.

Zauważmy, że wszystkie powyższe sytuacje spełniają aksjomat identyczności, jeżeli osoba 1 trafnie ocenia, że osoba 2 przedkłada podział *y* nad podział *x*. Decyzje osoby 1 zależą jednak w krytyczny sposób od tego, czy właściwie ocenia ona konsekwencje podziałów dla osoby 2 w porównaniu z konsekwencjami tych podziałów dla niej. Porównajmy sytuacje Ic i IIc. W sytuacji IIc osoba 1 nie ustępuje i nie akceptuje mniej dla niej korzystnego podziału *y*, natomiast w sytuacji IIc – ustępuje i akceptuje podział *y*. Może się zatem zdarzyć, w konsekwencji błędnych ocen, że obie osoby o odmiennych preferencjach będą skłonne ustąpić lub obie będą skłonne nie ustępować. Takich sytuacji można uniknąć przyjmując aksjomat pełnej identyczności.

Można oczekiwać, że osoba *h* uzna, iż oba podziały są jednakowo dobre, jeżeli względny zysk użyteczności osoby, dla której korzystniejszy jest podział *x,* jest równy względnej stracie użyteczności osoby, dla której korzystniejszy jest podział *y*. Podział *x* uzna ona za lepszy od podziału *y* wtedy, gdy oceni, iż względny zysk użyteczności osoby, dla której korzystniejszy jest podział *x,* jest większy niż względna strata użyteczności osoby, dla której korzystniejszy jest podział y. Tę dwuosobową sytuację można rozszerzyć na większą liczbę osób.

Zakładając aksjomat pełnej identyczności przyjmiemy, że każda osoba uzna podział x za co najmniej tak dobry jak podział y wtedy, gdy oceni, iż istnieje takie wzajemnie jednoznaczne odwzorowanie zbioru osób na siebie τ, że względny zysk użyteczności osoby h związany z podziałem x, przy ustalonym rozwiązaniu bazowym d i rozwiązaniu idealnym b, jest nie mniejszy niż względny zysk użyteczności osoby przyporządkowanej przez to odwzorowanie $\tau(h)$ związany z podziałem y, przy tych samych założeniach. Jeżeli ponadto dla pewnej osoby g ten względny zysk użyteczności jest większy niż dla odpowiadającej jej osoby $\tau(g)$, to uzna ona podział x za lepszy od podziału y. Podział x uzyskałby wtedy jednomyślną akceptację.

$$xR^A y \leftrightarrow \exists \tau \in T : [\forall h \in G : z_h(x) \geq z_{\tau(h)}(y)],$$

gdzie $z_h(x)$ i $z_{\tau(h)}(y)$ są określone jak poprzednio, tj.

$$z_h(x) = \frac{u_h(x,h) - u_h(d,h)}{u_h(b_h(X),h) - u_h(d,h)}$$

$$xP^A y \leftrightarrow \exists \tau \in T : \{[\forall h \in G : z_h(x) \geq z_{\tau(h)}(y)] \wedge [\exists g \in G : z_g(x) > z_{\tau(g)}(y)]\}.$$

Relacja P^A jest asymetryczna i przechodnia. Nie jest jednak spójna i nie umożliwia porównywania wszystkich podziałów dóbr.

Można udowodnić następujące twierdzenia.

Twierdzenie 14.

Jeżeli jest spełniony aksjomat pełnej identyczności, to

$$\forall x, y \in X: \quad xP^A y \to xP_N y .$$

Dowód.

Jeżeli $\exists \tau \in T : [\forall h \in G : z_h(x) \geq z_{\tau(h)}(y)]$, to $\prod_{h=1}^{n} z_h(x) \geq \prod_{h=1}^{n} z_{\tau(h)}(y)$, tzn.

$$\prod_{h=1}^{n} \frac{u_h(x,h) - u_h(d,h)}{u_h(b_h(X),h) - u_h(d,h)} \quad \geq \quad \prod_{h=1}^{n} \frac{u_{\tau(h)}(y,\tau(h)) - u_{\tau(h)}(d,\tau(h))}{u_{\tau(h)}(b_{\tau(h)}(X),\tau(h)) - u_{\tau(h)}(d,\tau(h))}$$

Ponieważ mianowniki są identyczne i równe $\prod_{h=1}^{n}[u_h(b_h(X),h)-u_h(d,h)]$, więc mnożąc stronami przez to wyrażenie otrzymujemy

$$\prod_{h=1}^{n}[u_h(x,h)-u_h(d,h)] \geq \prod_{h=1}^{n}[u_{\tau(h)}(y,\tau(h))-u_{\tau(h)}(d,\tau(h))] = \prod_{h=1}^{n}[u_h(y,h)-u_h(d,h)]$$

W określeniu relacji $xP^A y$ zakłada się, że $\exists g \in G : z_g(x) > z_{\tau(g)}(y)$.

Zatem $\prod_{h=1}^{n}[u_h(x,h)-u_h(d,h)] > \prod_{h=1}^{n}[u_h(y,h)-u_h(d,h)]$ co jest równoważne $xP_N y$. •

Twierdzenie 15.

Jeżeli jest spełniony aksjomat pełnej identyczności, to

$$\forall x, y \in X: \quad xP^A y \to xP_{LMK-A} y\,.$$

Dowód.

Warunek sformułowany w określeniu relacji $xP^A y$ jest znacznie mocniejszy od warunku wyznaczającego relację $xP_{LMK\text{-}A}y$. Wymaga on, aby każda składowa uporządkowanego wektora względnych zysków użyteczności z podziału x: $L[z(x)]$ była nie mniejsza od odpowiadającej jej składowej uporządkowanego wektora względnych zysków użyteczności z podziału y: $L[z(y)]$, a co najmniej jedna z nich była większa. Zasada leksykograficznego maksyminu Klemisch-Ahlert wymaga jedynie, aby wektor $L[z(x)]$ był w uporządkowaniu leksykograficznym wyżej od wektora $L[z(y)]$. Dla spełnienia warunku $L[z(x)] \succ_{lex} L[z(y)]$ wystarczy jedynie na przykład, aby najmniejsza składowa wektora $L[z(x)]$ była większa od najmniejszej składowej wektora $L[z(y)]$. Zachodzenie wynikania w twierdzeniu 15 jest więc oczywiste. •

Związki między trzema typami zasad

Trzy typy zasad sprawiedliwości dystrybutywnej zostały wyróżnione w tym artykule za pomocą trzech relacji bazowych: relacji sprawiedliwości Suppesa P^J, relacji mniejszej zazdrości P^E i relacji akceptacji P^A. Pierwsza z nich ma ustaloną pozycję w literaturze, dwie pozostałe stanowią nowe propozycje i są próbą formalizacji sugestii i komentarzy pojawiających się w dyskusjach i przy przedstawianiu rozwiązań szczegółowych. Trafność i użyteczność tych propozycji powinna być przedmiotem dalszych analiz.

Istotne znaczenie ma ustalenie związków, jakie zachodzą między relacjami bazowymi. Określa je następujące twierdzenie.[16]

Twierdzenie 16.

Jeżeli jest spełniony aksjomat pełnej identyczności, to trzy relacje bazowe:

- relacja sprawiedliwości Suppesa P^J,
- relacja mniejszej zazdrości P^E i
- relacja akceptacji P^A,

są od siebie logicznie parami niezależne.

Dowód.

Przypomnijmy, dwie binarne relacje są *logicznie niezależne*, jeżeli istnieją takie pary elementów, dla których: (i) obie relacje zachodzą równocześnie, (ii) zachodzi pierwsza relacja, a nie zachodzi druga, (iii) nie zachodzi pierwsza relacja, a zachodzi druga oraz (iv) żadna z tych relacji nie zachodzi. W przypadku logicznej niezależności żadna z tych czterech wymienionych sytuacji nie może być wykluczona. Jeżeli każde dwie relacje są niezależne w pewnym zbiorze, to mówimy, że są one parami niezależne.

Dowodem tego twierdzenia będzie podanie przykładów rozszerzonych funkcji użyteczności, spełniających aksjomat pełnej identyczności, w których poszczególne relacje zachodzą bądź też nie zachodzą. Należy zauważyć, że o zachodzeniu lub o niezachodzeniu relacji sprawiedliwości Suppesa można orzekać znając jedynie rozszerzone preferencje spełniające aksjomat pełnej identyczności, orzekanie na temat relacji mniejszej zazdrości wymaga znajomości wartości liczbowych rozszerzonej funkcji użyteczności, natomiast dla relacji akceptacji – niezbędna jest znajomość względnych zysków użyteczności przy ustalonym rozwiązaniu bazowym i rozwiązaniu idealnym.

Tabela 3. Niezależność relacji bazowych

Numer przykładu	Funkcja użyteczności				Czy zachodzi relacja?		
					sprawiedliwości Suppesa	mniejszej zazdrości	akceptacji
		g	*h*	*k*			
1	*x*	5	2	3	nie	nie	nie
	y	4	6	1			
		g	*h*	*k*			
2	*x*	4	4	4	nie	tak	tak
	y	5	3	2			
		g	*h*	*k*			
3	*x*	4	3	3	nie	tak	nie
	y	6	4	1			
		g	*h*	*k*			
4	*x*	5	4	3	tak	nie	tak
	y	5	2	3			
		g	*h*	*k*			
5	*x*	6	1	4	tak	nie	nie
	y	5	3	1			
		g	*h*	*k*			
6	*x*	5	5	5	tak	tak	tak
	y	5	3	2			

W tabeli 3 są przedstawione przykłady rozszerzonych funkcji użyteczności dla dwóch podziałów: x i y oraz dla trzech osób: g, h i k. Dla ułatwienia analizy zostały one przedstawione w postaci tabelarycznej. W przykładach tych przyjmiemy, że

$$u_g(d,g) = u_h(d,h) = u_k(d,k) = 0$$

$$\text{oraz} \quad u_g(b_g(X),g) = 10, \quad u_h(b_h(X),h) = 8, \quad u_k(b_k(X),k) = 5.$$

Przykłady: 1, 2, 4 i 6 ilustrują niezależność: relacji sprawiedliwości Suppesa i relacji mniejszej zazdrości, przykłady: 1, 2, 5 i 6 – niezależność: relacji sprawiedliwości Suppesa i relacji akceptacji, natomiast przykłady: 1, 3, 4 i 6 – niezależność relacji mniejszej zazdrości i relacji akceptacji. •

Zakończenie

Zamierzenie tego artykułu było skromne. Nie były w nim rozważane, ani nawet wspomniane, liczne koncepcje sprawiedliwości dystrybutywnej. Przedstawiona została jedynie propozycja typologii pewnej klasy zasad sprawiedliwego podziału dóbr, w których społeczne oceny podziałów dóbr zależą od indywidualnych ocen tych podziałów. Wybór zasad sprawiedliwości, które zostały w nim opisane, miał wyłącznie cel ilustracyjny i nie uwzględniał wielu ważnych zasad proponowanych w literaturze, zwłaszcza w ostatnich latach. Ponadto, opis tych zasad ograniczał się do ich sformułowania oraz do wskazania tylko na własności bezpośrednio związane z relacjami bazowymi, które stanowią podstawę proponowanej typologii.[17]

Proponowana typologia zasad sprawiedliwości dystrybutywnej przyjmuje za podstawę najważniejsze wymagania stawiane metodom podziału dóbr: bezinteresowność, równość i jednomyślność. Trzy typy zasad zostały w tym artykule wyróżnione za pomocą trzech relacji bazowych: relacji sprawiedliwości Suppesa P^J, relacji mniejszej zazdrości P^E i relacji akceptacji P^A. Jedynie określenie pierwszej z nich jest powszechnie przyjęte, sformułowania dwóch pozostałych stanowią nowe propozycje. Zgodność zasady podziału dóbr z określoną relacją bazową jest warunkiem uznania, że dana zasada podziału dóbr należy do określonego typu zasad sprawiedliwości dystrybutywnej. Zasady podziału dóbr zaliczane do tego samego typu mogą jednak różnić się pod bardzo wieloma względami. Dobrze ilustruje to kilka przytoczonych wyżej zasad, które spełniają warunek bezstronności.

Warto zwrócić uwagę na to, że poszczególne zasady sprawiedliwości dystrybutywnej mogą być zgodne z więcej niż jedną relacją bazową. Jest to konsekwencją logicznej niezależności relacji bazowych. Można więc rozważać bardziej szczegółową typologię zasad sprawiedliwości dystrybutywnej niż przedstawiony w tym artykule podział na trzy typy.

Przypisy

[1] Recenzja tej książki, napisana przez Michała Krawczyka, ukazała się w Nr 2 „Decyzji" w 2004 r.

[2] Niekiedy rozważa się również losowe sposoby podziału dóbr. Wówczas zbiór możliwych losowych podziałów dóbr jest nieskończony. Losowe metody podziału dóbr nie będą wykorzystywane w tym artykule.

[3] Relację R określamy jako: (i) *zwrotną*, jeśli $\forall x \in X : xRx$; (ii) *spójną*, jeśli $\forall x, y \in X : xRy \vee yRx$; (iii) *przechodnią*, jeśli $\forall x, y, z \in X : (xRy \wedge yRz) \rightarrow xRz$.

[4] Oczywiście, $(x,g)P_h(y,k) \leftrightarrow (x,g)R_h(y,k) \wedge \neg(y,k)R_h(x,g)$;
$x\widetilde{P}_h y \leftrightarrow x\widetilde{R}_h y \wedge \neg y\widetilde{R}_h x$;
$(x,g)I_h(y,k) \leftrightarrow (x,g)R_h(y,k) \wedge (y,k)R_h(x,g)$ $x\widetilde{I}_h y \leftrightarrow x\widetilde{R}_h y \wedge y\widetilde{R}_h x$

[5] W tym artykule, tak jak w większości publikacji z zakresu teorii wyboru społecznego, relacją *słabego porządku* nazywamy taką binarną relację porządkującą, która dopuszcza, aby między dwoma różnymi elementami (w naszym przypadku – podziałami) zachodziła relacja indyferencji. W matematyce używa się w takiej sytuacji określenia: porządek. Oprócz tego, relacją *mocnego porządku* nazywamy taką binarną relację porządkującą, która wyklucza zachodzenie relacji indyferencji między dwoma różnymi elementami. W tej sytuacji w matematyce na ogół używa się określenia: liniowy porządek.

[6] Założenia te wprowadzone zostały w klasycznych pracach A.K. Sena (np. 1977, 1986). Porównaj także artykuł C. d'Aspremonta i L. Geversa (1977). Można jednak wyróżnić więcej typów takich założeń (por. C. d'Aspremont i L. Gevers, 2002).

[7] Agregacja indywidualnych ocen związana jest zresztą z poważnymi trudnościami. Słynny paradoks Arrowa, znany pod nazwą ogólnego twierdzenia o możliwościach, wykazuje, że nie istnieje metoda agregacji tych ocen spełniająca kilka warunków (cztery lub pięć w zależności od wersji twierdzenia), które wyrażają minimalne wymagania demokratycznego podejmowania decyzji. Por. m.in. artykuły zamieszczone w książce pod redakcją Lissowskiego (2001).

[8] Zasada maksyminu Rawlsa została sformułowana w sposób przyjęty w literaturze. Należy jednak podkreślić, że sam Rawls sformułował tę zasadę w kategoriach dóbr pierwotnych, a nie w kategoriach użyteczności (a nawet był przeciwny takiemu jej przedstawianiu).

[9] Jeżeli stosuje się losowe sposoby podziału, procedura może zapewniać równy podział *ex ante*, ale nie *ex post*.

[10] Większość tych propozycji sformułowali ekonomiści przyjmując różne założenia na temat ekonomicznych warunków podziału dóbr (por. Varian, 1974; Paner, 1976).

[11] Jest to jedna z trzech zasad rozważanych w ich artykule. Ponadto, wykorzystujemy tu wersję nieważonych wielkości zazdrości uczestników podziału, chociaż autorzy rozważali również wersję ogólniejszą, dopuszczającą różne wagi przypisywane uczestnikom podziału.

[12] Zamiast wariancji można byłoby wykorzystać inną miarę zróżnicowania.

[13] T.E. Daniel (1975) proponował wprowadzenie koncepcji zazdrości zrównoważonej, która występuje wówczas, gdy liczba osób, którym osoba *h* zazdrości jest równa liczbie osób, które zazdroszą osobie *h*. Podział jest zrównoważony, gdy zazdrość wszystkich uczestników jest zrównoważona. Daniel wykazał, że w pewnych standardowych warunkach ekonomicznych podział zrównoważony zawsze istnieje.

[14] Niekiedy jednomyślna decyzja może dotyczyć wyboru procedury, za pomocą której podział ma być przeprowadzony, a nie konkretnego podziału dóbr. Problem ten nie będzie rozważany w tym artykule.

[15] Skrócony zapis iloczynu: $\prod_{h=1}^{n} a_h = a_1 \times a_2 \times ... \times a_n$.

[16] Twierdzenie to można wzmocnić do kompletnej niezależności wszystkich trzech relacji bazowych.

[17] Znacznie pełniejsze przedstawienie tych i innych zasad sprawiedliwości zawierać będzie przygotowywana do druku książka „Zasady sprawiedliwego podziału dóbr".

Bibliografia

Arrow, Kenneth J. 1963. *Social Choice and Individual Values*. New York: John Wiley and Sons. Wydanie drugie, rozszerzone. (Wydanie pierwsze 1951.)

Barry, Brian. 1989. *A Treatise on Social Justice*. Vol 1: *Theories of Justice*. Hemel Hempstead: Harvester-Wheatsheaf.

Daniel, Terrence E. 1975. *A revised concept of distributional equity*. „Journal of Economic Theory" 11: 94-109.

d'Aspremont, Claude, Gevers, Louis. 1977. *Equity and the informational basis of collective choice*. „Review of Economic Studies" 44: 199-209. Tłumaczenie tego artykułu zostało opublikowane w: G. Lissowski (red.), *Elementy teorii wyboru społecznego*. Warszawa: Wydawnictwo Naukowe „Scholar" w 2001 r.

d'Aspremont, Claude, Gevers, Louis. 2002. *Social welfare functionals and interpersonal comparability*. W: K.J. Arrow, A.K. Sen, K. Suzumura (red.), *Handbook of Social Choice and Welfare*. Vol. 1. Amsterdam: Elsevier Science B.V., s. 459-541.

DeMeyer, Frank, Plott, Charles R. 1971. *A welfare function using „relative intensity" of preferences*. „Quarterly Journal of Economics" 85: 179-186.

Deschamps, Robert, Gevers, Louis. 1978. *Leximin and utilitarian rules: a joint characterization*. „Journal of Economic Theory" 17: 143-163.

Elster, Jon. 1992. *Local Justice. How Institutions Allocate Scarce Goods and Necessary Burdens*. New York: Russell Sage Foundation.

Ellsworth, Leon. 1978. *Decision-theoretic analysis of Rawls' original position*. W: C.A. Hooker, J.J. Leach, E.F. McClennen (red.), *Foundations and Applications of Decision Theory*, Vol. 2. Dordrecht: Reidel, s. 29-45.

Gauthier, D. 1985. *Bargaining and justice*. W: E. Frankel Paul, J. Paul, F.D. Miller Jr. (red.), *Ethics and Economics*. Oxford: Blackwell.

Gauthier, D. 1986. *Morals by Agreement*. Oxford: Clarendon Press.

Hammond, Peter J. 1976. *Equity, Arrow's conditions, and Rawls' difference principle*. „Econometrica" 44: 793-804.

Hammond, Peter J. 1979. *Equity in two person situations: some consequences*. „Econometrica" 47: 1127-1135.

Harsanyi, John C. 1955. *Cardinal welfare, individualistic ethics and interpersonal comparisons of utility*. „Journal of Political Economy" 63: 309-321.

Harsanyi, John C. 1956. *Approaches to the bargaining problem before and after the theory of games: A critical discussion of Zeuthen's, Hicks', and Nash's theories*. „Econometrica" 24: 144-157.

Imai, Haruo. 1983. *Individual monotonicity and lexicographic maximin solution*. „Econometrica" 51.

Kalai, Ehud E., Smorodinsky, Meir. 1975. *Other to Nash's bargaining problem*. „Econometrica" 43: 513-518.

Kaneko, Mamoru, Nakamura, Kenjiro. 1979. *The Nash social welfare function*. „Econometrica" 47: 423-435.

Kamiński, Marek M. 2000a. *Problem roszczeń*. „Studia Socjologiczne" 1-2 (156-7): 197-209.

Kamiński, *Marek* M. 2000b. *Racjonowanie hydrauliczne*. „Studia Socjologiczne" 1-2 (156-7): 211-231.

Klemisch-Ahlert, Marlies. 1992. *Axiomatic characterization of Gauthier's bargaining solution*. W: W. Gaertner, M. Klemisch-Ahlert, *Social Choice and Bargaining Perspectives on Distributive Justice*. Berlin: Springer-Verlag.

Lissowski, Grzegorz. 2000. *Zasady sprawiedliwości dystrybutywnej: nowe zasady oceny sprawiedliwości*. „Studia Socjologiczne" 1-2 (156-157): 137-165.

Lissowski, Grzegorz. 2001. *Elementy teorii wyboru społecznego*. Warszawa: Wydawnictwo Naukowe „Scholar".

Lissowski, Grzegorz, Swistak Piotr. 1995. *Choosing the best social order: new principles of justice and normative dimensions of choice*. „American Political Science Review” 89: 74-96. Tłumaczenie tego artykułu zostało opublikowane w: „Studia Socjologiczne” 1 (148), 1998.

Maskin, Eric. 1978. *A theorem on utilitarianism*. „Review of Economic Studies” 45: 93-96.

Nash, John F. 1950. *The bargaining problem*. „Econometrica” 18: 155-162.

Pazner, Elisha A. 1976. *Recent thinking on economic justice*. „Journal of Peace Science” 2: 143-153.

Pazner, Elisha A., Schmeidler, David. l978. *Egalitarian equivalent allocations: a new concepts of economic equity*. „Quarterly Journal of Economics” 92: 671-687.

Porębski, Czesław. 1999. *Umowa społeczna: renesans idei*. Kraków: Znak.

Raiffa, Howard. 1953. *Arbitration schemes for generalized two-person games*. W: H.W. Kuhn, A.W. Tucker (red.), *Contributions to the Theory of Games*. Vol. 2. Princeton: Princeton University Press, s. 361-387.

Rawls, John. 1994. *Teoria sprawiedliwości*. Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN. Pierwsze wydanie: *A Theory of Justice*. Cambridge: Harvard University Press 1971.

Roberts, Kevin W.S. 1980. *Interpersonal comparability and social choice theory*. „Review of Economic Studies” 47: 421-439.

Sen, Amartya K. 1970. *Collective Choice and Social Welfare*, San Francisco: Holden-Day.

Sen, Amartya K. 1977. *On weights and measures: informational constraints in social welfare analysis*. „Econometrica” 45: 1539-1572.

Sen, Amartya K. 1986. *Information and invariance in normative choice*. W: W. Heller, R. Starr, D. Starrett (red.), *Social Choice and Public Decision-Making. Essays in Honor of K.J. Arrow*, Vol. 1. Cambridge: Cambridge University Press, s. 29-55.

Suppes, Patrick. 1966. *Some formal models of grading principles*. „Synthese” 6: 284-306.

Suzumura, Kotaro. 1983. *Rational Choice, Collective Decisions, and Social Welfare*. Cambridge: Cambridge University Press.

Varian, Hal R. 1974. *Equity, envy, and efficiency*. „Journal of Economic Theory” 9: 63-91.

Yaari, Menahem E., Bar-Hillel, Maya. 1984. On dividing justly. „Social Choice and Welfare” 1: 1-24.

Young, H. Peyton. 2003. *Sprawiedliwy podział*. Wydawnictwo Naukowe „Scholar”. Pierwsze wydanie: *Equity: In Theory and Practice*. Princeton: Princeton University Press 1994.