MAYA BAR-HILLEL

Marcin Malawski
Akademia Leona Koźmińskiego

Tadeusz Tyszka
Akademia Leona Koźmińskiego

Jest członkiem Centrum Badań Racjonalności (*Center for the Study of Rationality*) Uniwersytetu Hebrajskiego w Jerozolimie. Nazwa centrum idealnie pasuje do zainteresowań i osiągnięć **Mai Bar-Hillel.**

Wystarczy choćby wymienić tytuły dwu jej artykułów:

Bar-Hillel i Margalit (1972): Newcomb's Paradox Revisited,

Bar-Hillel i Margalit (1985): Gideon's Paradox – a Paradox of Rationality.

W artykułach tych Bar-Hillel poddaje analizie rozmaite **paradoksy naszego myślenia**. Nie ma tu możliwości opisywać wszystkie analizowane przez nią paradoksy. Przypomnijmy więc tylko dla przykładu paradoks Newcomba:

Demon wyposażony w niezwykłą zdolność przewidywania proponuje nam udział w następującej grze: Mamy przed sobą dwa pudełka. W jednym (otwartym) pudełku widzimy 1000 zł. W drugim zamkniętym demon mógł umieścić albo 1 000 000 zł, albo nic. Mamy dokonać wyboru: czy weźmiemy oba pudełka, czy tylko drugie pudełko. Wiemy przy tym, że demon z ogromnym prawdopodobieństwem przewidział nasz wybór i zachowa się złośliwie: jeżeli weźmiemy oba pudełka, to pudełko drugie pozostawi pustym, a jeżeli wybierzemy tylko pudełko drugie, to włoży do niego 1 000 000 zł. Stoimy przed pytaniem: czy wybrać oba pudełka, czy tylko drugie. Paradoks polega na tym, że można podać racje za oboma wyborami.

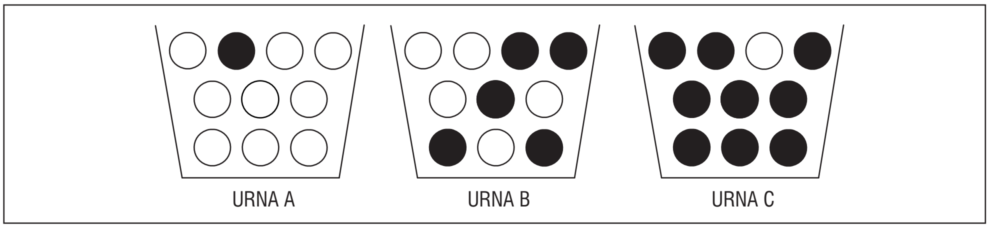
Jest jasne, że w przypadku, gdyby demon przewidywał całkowicie bezbłędnie, to powinniśmy wybrać tylko pudełko drugie, wygrywając 1 000 000 zł, podczas gdy przy wyborze obu pudełek, pudełko drugie będzie na pewno puste i w tym wypadku wygramy tylko 1000 zł. Myśląc w ten sposób, dojdziemy do wniosku, że nawet jeżeli przewidywania demona nie są w 100% pewne, ale bliskie pewności, to nie warto ryzykować i lepiej wybierać tylko pudełko drugie.

Z drugiej strony można jednak pomyśleć, że w momencie, w którym dokonujemy wyboru, zawartość pudełek jest już ustalona: demon dokonał swojego wyboru wcześniej. Wobec tego, niezależnie od tego, co zrobił demon – czy pudełko drugie jest puste, czy pełne – wybierając oba, w każdym wypadku zwiększamy swoją szansę wygranej: albo otrzymamy milion i 1000 zł, albo przynajmniej 1000 zł. Więc lepiej wybierać oba pudełka.

Analizując ten paradoks, Nozick (1969) doszedł do wniosku, że oba rozwiązania są dopuszczalne, tj. racjonalne. W przeciwieństwie do tego Maya Bar-Hillel i Avishai Margalit (1972) argumentują, że jedynym racjonalnym rozwiązaniem jest „wybierać tylko pudełko drugie".

W latach siedemdziesiątych Maya Bar-Hillel włączyła się intensywnie w nurt badań zapoczątkowany przez Tversky'ego i Kahnemana, nad **heurystycznymi metodami myślenia i oceniania,** stosowanymi przez ludzi. Na przykład znane jest jej badanie nad złudzeniami w ocenianiu zdarzeń łącznych i rozłącznych (Bar-Hillel, 1973).

Rysunek 1. Urny z różną zawartością kulek białych i czarnych.



Pokazując badanym urny z zawartością kul białych i czarnych w różnych proporcjach, dawała badanym do wyboru:

- Zakład A: *losować siedem razy (za każdym razem zwracając wylosowaną kulę) z urny zawierającej 9 kul białych i 1 kulę czarną – 100 dolarów otrzymujemy wtedy, gdy* ***we wszystkich siedmiu losowaniach wyciągniemy kulę białą*** *(zdarzenie koniunkcyjne);*
- Zakład B: *losować raz z urny zawierającej 5 kul białych i 5 kul czarnych – 100 dolarów otrzymujemy wtedy, gdy* ***raz wylosujemy kulę białą*** *(zdarzenie proste).*

W innym zakładzie otrzymujemy następujący wybór:

- Zakład B: *losować raz z urny zawierającej 5 kul białych i 5 kul czarnych – 100 dolarów otrzymujemy wtedy, gdy* ***raz wylosujemy kulę białą;***
- Zakład C: *losować siedem razy (za każdym razem zwracając wylosowaną kulę) z urny zawierającej 1 kulę białą i 9 kul czarnych – 100 dolarów otrzymujemy wtedy, gdy* ***co najmniej raz w siedmiu losowaniach wyciągniemy kulę białą*** *(zdarzenie dysjunkcyjne).*

Okazało się, że wyraźnie więcej osób wybierało zakład A niż zakład B, a jednocześnie więcej osób wybierało zakład B niż zakład C, mimo że szansa wygrania w zakładzie A wynosi niecałe 48%, w zakładzie B wynosi 50%, a w zakładzie C powyżej 52%. Dlaczego wybory badanych odwracały tę kolejność? Można sądzić, że jest to wynik zakotwiczenia szansy wylosowania białej i czarnej kuli z każdej z urn. Urna A zakotwicza szanse wylosowania białej kuli na poziomie bardzo wysokim i choć koniunkcja zdarzeń wymagana przez zakład A znacznie obniża te szanse, to ich wielkość nie była przez badanych dostatecznie korygowana. Z kolei urna B zakotwicza szanse wylosowania białej kuli na poziomie bardzo niskim i choć suma zdarzeń wymagana przez zakład C znacznie te szanse podnosi, to także ich wielkość nie była przez badanych dostatecznie korygowana. W efekcie badani wykazywali większe zaufanie do zdarzenia mniej prawdopodobnego (koniunkcyjnego) niż do zdarzenia bardziej prawdopodobnego (dysjunkcyjnego).

Jeszcze innym obszarem zainteresowań Bar-Hillel jest **sprawiedliwość dystrybutywna**. Przytoczę tu dwa ciekawe wyniki jej pracy opublikowanej wspólnie z Yaarim (Yaari, Bar-Hillel, 1984). Przedstawiali oni grupie 62 studentów następujący dylemat:

Umiera stary ojciec Jakub i pozostawia testament zawierający dwa postanowienia. Po pierwsze, jedynymi spadkobiercami jego majątku mają być jego dwaj ukochani synowie, Ruben i Symeon. Po drugie, jego przyjaciel Laban zadecyduje, jak ma być podzielony pozostawiony majątek między dwu synów. Laban ustalił (po uważnym zbadaniu sprawy), że:

Majątek starego Jakuba wart jest 1000 dolarów;

Jeden z braci, Ruben jest absolutnie przekonany, że całkowita wartość majątku ojca wynosi 800 dolarów;

Drugi z braci, Symeon, jest absolutnie przekonany, że całkowita wartość majątku wynosi 1200 dolarów;

Bracia Ruben i Symeon są śmiertelnie pogniewani i nigdy ze sobą nie rozmawiają, tak że żaden nie dowie się, co przy podziale otrzymał drugi.

W jaki sposób Laban powinien podzielić spadek: 500-500 czy 400-600?

Badacze otrzymali następujący rezultat:

52% badanych było za podziałem 500-500,

48% badanych było za podziałem 400-600.

Tak więc połowa respondentów uznała, że przekonania nie są ważne, a druga połowa, że są. Moralne intuicje ludzi są w tej sprawie podzielone pół na pół.

Badanie zostało powtórzone przez Grzegorza Lissowskiego (1992, 2008) na studentach polskich. Ciekawe, że wyniki były prawie identyczne jak w Izrealu: 55% i 45%.

Ci sami autorzy sprawdzali intuicje ludzi odnośnie sprawiedliwości podziału. Zadali badanym następujące zadanie. Mamy rozdzielić 12 grejpfrutów i 12 avocado między dwie osoby: J i S. O tych dwu osobach wiadomo tylko tyle, że:

- *J i S są jednakowo zamożni.*
- *J bardzo lubi grejpfruty i gotów jest kupować je w każdej ilości za cenę do 1 dolara za sztukę, kompletnie zaś nie jada (nie smakują mu) avocado.*
- *S lubi jednakowo grejpfruty i avocado i gotów jest kupować je w każdej ilości za cenę do 0,5 dolara za sztukę.*
- *Po rozdzieleniu owoców nie będzie żadnej możliwości dokonywania wymiany między J i S.*

Jak powinny być rozdzielone grejpfruty i avocado między J i S?

Autorzy przedstawiali badanym podziały odpowiadające różnym znanym koncepcjom sprawiedliwości, m.in. równościowej, utylitarystycznej, maksyminowej i rozwiązaniu przetargowemu Nasha.

Podział równościowy – każdemu tyle samo każdego dobra, czyli (J: 6-6, S: 6-6). Podział taki nie jest optymalny w sensie Pareto, tzn. istnieją inne podziały *korzystniejsze dla obu osób* – w szczególności trzy dalsze podziały (które same już są optymalne w sensie Pareto).

Podział wg zasady (Rawlsa) maksymalizacji najniższej użyteczności – podział jest tym bardziej sprawiedliwy, im wyższa jest w nim użyteczność najgorzej potraktowanej osoby (J: 8-0, S: 4-12).

Podział utylitarystyczny – podział jest tym bardziej sprawiedliwy, im więcej, średnio biorąc, daje wszystkim uczestnikom (J: 12-0, S: 0-12).

Podział Nasha – to taki podział, przy którym *iloczyn* przyrostów użyteczności obu osób w stosunku do ich użyteczności przy podziale równym jest największy. Dla podziału wynikającego z metody Nasha (J: 9-0, S: 3-12) iloczyn ten wynosi:

$$(u_J(9,0) - u_J(6,6))\cdot(u_S(3,12) - u_S(6,6)) = (9-(6+0))\cdot((1,5+6)-(3+3)) = 4,5 .$$

[Równocześnie iloczyn ten jest niższy zarówno dla podziału utylitarystycznego (J: 12-0, S: 0-12):

$$(u_J(12,0) - u_J(6,6))\cdot(u_S(0,12) - u_S(6,6)) = (12-(6+0))\cdot((0+6)-(3+3)) = 0 ,$$

jak i dla podziału maksyminowego (J: 8-0, S: 4-12):

$$(u_J(8,0) - u_J(6,6))\cdot(u_S(4,12) - u_S(6,6)) = (8-(6+0))\cdot((2+6)-(3+3)) = 4].$$

Poniżej podajemy procent osób opowiadających się za każdym z podziałów (liczby w ostatniej kolumnie[1]). Zauważmy, że zróżnicowanie użyteczności owoców dla obdarowywanych wynikało tu **ze względu na ich upodobania.**

Podział równościowy	(J: 6-6, S: 6-6)	9
Podział utylitarystyczny	(J: 12-0, S: 0-12)	35
Podział maksyminowy	(J: 8-0, S: 4-12)	28
Podział oparty na modelu Nasha	(J: 9-0, S: 3-12)	24

Czy intuicje ludzi odpowiadające różnym znanym koncepcjom sprawiedliwości pozostałyby takie same, gdyby zróżnicowanie użyteczności owoców dla obdarowywanych wynikało **ze względu na biologiczną potrzebę**? Autorzy powtórzyli badanie w drugiej wersji:

Mamy rozdzielić 12 grejpfrutów i 12 avocado pomiędzy dwie osoby: J i S. O tych dwóch panach wiadomo tylko tyle:

- *Obaj panowie J i S są w takim tylko stopniu zainteresowani konsumpcją grejpfrutów i avocado, w jakim dostarczają one ich organizmom witaminy F. Żadne inne właściwości owoców (takie jak smak, kalorie) nie liczą się dla nich.*
- *Doktorzy ustalili, iż metabolizm J jest tego rodzaju, że jego organizm przyswaja 100 miligramów witaminy F z każdego zjedzonego grejpfruta i nie przyswaja żadnych witamin z avocado.*
- *Doktorzy ustalili także, iż metabolizm S jest tego rodzaju, że jego organizm przyswaja 50 miligramów witaminy F z każdego zjedzonego grejpfruta i 50 miligramów witaminy F z każdego zjedzonego avocado.*
- *Po rozdzieleniu owoców nie będzie żadnej możliwości dokonywania wymiany między J i S.*

Jak powinny być rozdzielone grejpfruty i avocado między J i S?

Oto procenty respondentów akceptujących cztery możliwe podziały:

Podział równościowy	(J: 6-6, S: 6-6)	8
Podział utylitarystyczny	(J: 12-0, S: 0-12)	2
Podział maksyminowy	(J: 8-0, S: 4-12)	82
Podział oparty na modelu Nasha	(J: 9-0, S: 3-12)	8

[1] Ponadto 4% badanych wybrało jeszcze inny proponowany podział: (J: 6-0, S: 6-12), który jest podziałem Nasha w stosunku do użyteczności zerowych.

Tak więc w badaniu w wersji zróżnicowania użyteczności ze względu na biologiczną potrzebę preferencje badanych wyraźnie przechyliły się w kierunku podziału opartego na maksyminowym kryterium Rawlsa. W sumie trzeba więc stwierdzić, że preferencje ludzi odnośnie zasad sprawiedliwego podziału dóbr są dalekie od jednoznaczności.

Wreszcie w latach dziewięćdziesiątych Maya Bar-Hillel odegrała znaczącą rolę w krytycznych pracach nad tzw. **kodami biblijnymi**. Jest ona współautorką artykułu McKaya i in. (1997), w którym rozprawiono się z tym pseudonaukowym „odkryciem" – bezsprzecznie jednym z najefektowniejszych tego typu w końcówce XX wieku. To jej zespół nawiązał kontakt z jednej strony z McKayem, australijskim matematykiem mającym doświadczenie w demaskowaniu szalbierstw numerologów, a z drugiej z hebraistami i talmudystami, których wiedza okazała się niezbędna do wskazania, na czym polega oszustwo „odkrywców" „kodu" biblijnego. Gdyby nie ta kombinacja wiedzy specjalistów różnych dziedzin, być może jeszcze do dziś wielu nawet myślących i wykształconych ludzi mogłoby wierzyć, że „coś w tym jest".

Historia kodów biblijnych jest interesująca (i pouczająca) sama w sobie. Tutaj opisujemy ją skrótowo posiłkując się tekstem Bar-Hillel i Margalita (1999), z pominięciem – skądinąd także interesujących – biografii „odkrywców". Punktem wyjścia było spostrzeżenie dokonane jeszcze przed II wojną światową przez słowackiego rabina Weissmandla, który zauważył, że jeśli w hebrajskim tekście Księgi Rodzaju czytać co pięćdziesiątą literę poczynając od pierwszego wystąpienia odpowiednika litery T, pierwsze cztery litery utworzą słowo TORH („Tora" po hebrajsku[2]). W latach osiemdziesiątych do odkrywania tego rodzaju prawidłowości zaprzęgnięto komputery.

Cały tekst dowolnej książki można zapisać w jednej dużej prostokątnej tablicy składającej się z samych liter (po usunięciu spacji i znaków przestankowych), którą następnie przeszukuje się pod kątem występowania „zakodowanych" interesujących fraz otrzymanych w pionowych czy ukośnych rzędach, w pobliżu siebie itp. Na przykład po wypisaniu początkowej części Księgi Rodzaju w tablicy, której wiersze mają po 50 znaków, słowo TORH wystąpi w jednej z kolumn.

Jak wiadomo, gdyby przeszukiwana tablica składała się z losowo wybranych liter i była dostatecznie duża, dowolny ciąg liter – a więc dowolne słowo czy nawet zdanie – wystąpiłby w niej z prawdopodobieństwem bliskim pewności. Istniejące książki nie tworzą dostatecznie dużych tablic i nie są losowymi ciągami liczb, więc oszacowanie prawdopodobieństwa wystąpienia poszczególnych fraz jest trudne. W słynnym lemowskim „dostojnym upowszechniaczu porządku absolutnego" już pierwsze litery pierwszych czterech słów tworzą sensowny tekst, tu jednak ewidentnie mamy do czynienia z zamysłem autora, nie z przypadkiem. Czy frazy „zakodowane" w Biblii to wynik przypadku, czy ukryte przez Autora przesłanie dla czytelników?

[2] Przez Torę rozumiemy w tym tekście Pięcioksiąg – pierwsze 5 ksiąg Starego Testamentu.

Doron Witztum z dwoma współpracownikami, profesorem matematyki i programistą, podeszli do sprawy systematycznie i początkowo zapewne w dobrej wierze, poszukując „zakodowanych" w Torze wybranych z góry informacji – imion sławnych rabinów z okresu od IX do XVIII wieku oraz dat ich śmierci (po hebrajsku zapisywanych literami). Wiele z nich odnaleźli w Księdze Rodzaju – pierwszej z ksiąg Tory, choć na ogół data była daleko od imienia. Oczywiście gdyby nie dało się tego objaśnić dziełem przypadku, taka koincydencja w tekście powstałym tysiąclecia przed IX w. musiałaby co najmniej dawać do myślenia.

Jednym z mocnych argumentów za tym, że nie była ona przypadkowa, było niepowodzenie podobnej próby przeprowadzonej m. in. na hebrajskiej wersji *Wojny i Pokoju* Tołstoja, w której tych imion rabinów nie znaleziono. Gdy te wieści dotarły do środowiska naukowego, Robert Aumann – jeden z założycieli jerozolimskiego Centrum Badań nad Racjonalnością i późniejszy noblista – pomógł im napisać, a następnie opublikować pracę na ten temat. Aumann pierwotnie próbował zainteresować nią amerykańskie *Proceedings of National Academy of Sciences*. Recenzujący ją dla tego czołowego pisma wybitny statystyk Persi Diaconis nie dopuścił jej tam do publikacji, jednak po dodatkowych testach, których zażądał z inną listą imion rabinów, sam pomógł zamieścić ją w innym czasopiśmie (Witztum, Rips i Rosenberg 1994).

Artykuł początkowo nie wywołał krytycznych reakcji, być może dlatego, że profesjonaliści uznali szukanie błędów w nim za stratę czasu. Wywołał natomiast poruszenie u części żydowskich aktywistów religijnych, a także ożywioną działalność biznesową. Kody biblijne zaczęły żyć własnym życiem, a kulminacją stała się książka pewnego obrotnego dziennikarza, którą wydawnictwo tak zareklamowało w *New York Timesie*: „Tylko nieliczne książki odmieniły ludzkie widzenie świata. Jedną z nich była Biblia. Inną jest *The Bible Code*". Autor w szczególności odkrył w Torze „zakodowane" imię i nazwisko Icchak Rabin skrzyżowane z frazą „zabójca, który zabije", a miało to miejsce na rok przed zamachem na premiera Izraela. Jak ironicznie zauważają Bar-Hillel i Margalit, autor zarobił na tej książce większe pieniądze niż wszyscy inni badacze kodów razem kiedykolwiek zobaczą. (Próbował on zresztą zainteresować swym odkryciem izraelskie służby i samego Rabina, ale bez skutku).

Po tym wszystkim kodami zainteresowali się bliżej uczeni, w tym sama Bar-Hillel. Od talmudystów i filologów dowiedzieli się o bogactwie możliwości różnego zapisu imion tych samych rabinów, a przede wszystkim o tych równie uprawnionych postaciach zapisu, których występowania w Starym Testamencie Witztum i Rips nie sygnalizowali. Z tą wiedzą wystarczyło już tylko wybrać takie wersje zapisu, które będą pasować do danych, tj. do przeszukiwanego tekstu. McKay i Bar-Natan powtórzyli obliczenia poprzedników z tą samą listą rabinów i ich dat śmierci, wybierając spośród licznych możliwych form zapisu imion te, które uda im się znaleźć. Potraktowana w ten sposób *Wojna i Pokój* okazała się w niczym nie ustępować Księdze Rodzaju, jeśli idzie o częstość i jakość występowania „zakodowanych" imion słynnych rabinów. Wszystko wskazuje na to, że „odkrywcy" kodów biblijnych w podobny sposób dopasowali metodę doboru postaci zapisu do swoich potrzeb (zarówno w pierwszej wersji tekstu, jak z drugą listą rabinów, której przetestowania zażądał Diaconis).

Przy tej okazji przeszukano pod kątem „kodów" niektóre inne pozycje światowej literatury, nie tylko w języku hebrajskim, i okazało się, że zjawisko to nie jest jakąś specjalną rzadkością. Bodaj najefektowniej wypadł *Moby Dick* Melville'a (w oryginale). McKay znalazł zakodowane w nim proroctwa zabójstwa Trockiego, braci Kennedych i Martina L. Kinga, a także śmierci księżnej Diany w wypadku samochodowym…

Bibliografia

Bar-Hillel M. & Margalit, A. 1972. *Newcomb's Paradox Revisited*. „British Journal for the Philosophy of Science" 23 (4): 295-304.

Bar-Hillel M. & Margalit, A. 1985. *Gideon's Paradox – a Paradox of Rationality*. „Synthese" 63 (2).

Bar-Hillel M. & Margalit, A. 1999. *Madness in the Method*. http://www.dartmouth.edu/~chance/teaching_aids/books_articles/Maya.html

Lissowski, G. 1992. *Probabilistyczny podział dóbr*. „Prakseologia" 116-117: 149-165.

Lissowski, G. 2008. *Zasady Sprawiedliwego Podziału Dóbr*. Warszawa: Scholar.

McKay, B., D. Bar-Natan, M. Bar-Hillel i G. Kalai. 1997. *Solving the Bible code puzzle.* „Statistical Science" 14 (2): 150-173

Witztum, D., I. Rips i Y. Rosenberg. 1994. *Equidistant letter sentences in the book of Genesis*. „Statistical Science" 9 (3): 429-438

Yaari, M.E., Bar-Hillel, M. 1984. *On dividing justly*. „Social Choice and Welfare" 1: 1-24.

Nozick, R. 1969. *Newcomb's Problem and Two Principles of Choice*. W: N. Rescher (wyd.) Essays in Honour of Carl G. Hempel, s. 114-146.