

ROLA „SUBIEKTYWNYCH” PRAWDOPODOBIENSTW W DECYZJACH Z RYZYKIEM

Katarzyna Domurat*

Akademia Leona Koźmińskiego
Uniwersytet Warszawski

Streszczenie: Niniejszy artykuł stanowi krótki przegląd sposobów interpretowania i traktowania prawdopodobieństwa w decyzjach z ryzykiem. W szczególności zajęto się w nim pojęciem subiektywnego prawdopodobieństwa oraz wag decyzyjnych wprowadzonych przez teorię perspektywy. Zarówno kiedy zajmowano się subiektywnymi odchyleniami ocen od obiektywnych prawdopodobieństw, jak również subiektywną transformacją prawdopodobieństw w postaci wag decyzyjnych, zaobserwowano specjalne traktowanie przez ludzi niskich prawdopodobieństw. Zarówno w percepcji jak i w transformacjach prawdopodobieństwa na wagi decyzyjne ludzie mają skłonność przeszacowywać zdarzenia, które pojawiają się rzadko. W ostatnim jednak okresie pojawiły się doniesienia, że w decyzjach opartych na bezpośredniej obserwacji częstości zdarzeń zmniejsza się przeważanie niskich prawdopodobieństw.

Słowa kluczowe: decyzje w warunkach ryzyka, prawdopodobieństwo subiektywne, wagi decyzyjne, teoria perspektywy, niskie prawdopodobieństwa.

„SUBJECTIVE” PROBABILITY IN RISKY DECISIONS

Abstract: The article is a short review of interpretation of probability and its significance for risky decisions. It especially deals with a concept of subjective probability and decision weights introduced by the prospect theory. While dealing with both subjective deviation from objective probabilities as well as subjective probability transformation as probability weighting function it was observed that people treat low probabilities differently. In both situations people tend to overestimate rare events. Recently it has been said, that in the decision based on direct observations of frequency of events, overestimation is much weaker.

* Katarzyna Domurat, Centrum Psychologii Ekonomicznej i Badań Decyzji, Akademia Leona Koźmińskiego, ul. Jagiellońska 59, 03-301 Warszawa, e-mail: kdomurat@wspiz.edu.pl;
Instytut Studiów Społecznych Uniwersytetu Warszawskiego, ul. Stawki 5/7, 00-183 Warszawa.
Badania finansowane z grantu SAFE nr LSHB-CT-2004-503243 (6 Program Ramowy Unii Europejskiej).

Keywords: *decisions under risk, subjective probability, decision weights, prospect theory, low probabilities.*

1. Prawdopodobieństwo obiektywne. Teoria oczekiwanej użyteczności (*expected utility theory, EUT*)

Idea prawdopodobieństwa od początku powstania w XVII w. związana była z podejściem do decyzji. Chociaż wywodzi się z rozważań praktycznego problemu, jakim były gry hazardowe, to na przestrzeni wieków ulegała wielu metamorfozom i interpretacjom, które raz odchodziły, a raz przybliżały się do problemów związanych z rzeczywistością. Samo pojęcie budziło od zawsze wiele kontrowersji i do dziś nie jest określone jednoznacznie, czym prawdopodobieństwo jest. Również jego udział w decyzjach ryzykownych czy też niepewnych poddawany był różnym dyskusjom teoretycznym, praktycznym i modyfikacjom. Niniejszy artykuł stanowi krótki przegląd (1) głównych poglądów nt. interpretacji prawdopodobieństwa i (2) roli prawdopodobieństwa w podejmowaniu decyzji.

Ideę prawdopodobieństwa datuje się na rok 1654, kiedy to francuski matematyk Blaise Pascal oraz Pierre Fermat wymieniali listy na temat problemów związanych z grami hazardowymi, które zadawał im notoryczny hazardzista i lew salonowy, Chevalier de Me´re´. Wymiana ta zaowocowała koncepcją matematycznego oczekiwania, które w tym czasie było uważane za naturę racjonalnego wyboru (Hacking, 1975). Gry hazardowe można rozumieć jako modelowy przykład decyzji ryzykownych. Ogólnie decyzje ryzykowne definiowane są jako wybór spośród opcji (działań) ryzykownych, które prowadzą do określonego zbioru możliwych wyników (konsekwencji), przy czym każdy z tych wyników ma znane prawdopodobieństwo pojawienia się.

Pascal sformułował pierwszą zasadę wyboru w warunkach ryzyka tzw. zasadę maksymalizacji oczekiwanej wartości (*expected value, EV*). Zgodnie z tym kryterium decydent dokonuje wyboru między ryzykownymi opcjami przez porównanie ich oczekiwanej wartości, czyli ważonej sumy uzyskanej przez dodanie wartości wyników pomnożonych przez odpowiednie prawdopodobieństwa z nimi związane. Jeżeli oznaczymy opcję ryzykowną (możemy traktować ją jako loterię lub grę pieniężną) przez:

$$L = (x_1, p_1; \dots; x_i, p_i; \dots; x_n, p_n), \text{ gdzie } \sum_{i=1}^n p_i = 1$$

(tzn. każdemu możliwemu wynikowi x_i przypisane jest prawdopodobieństwo p_i jego uzyskania) wówczas zapiszemy formułę oczekiwanej wartości jako:

$$EV = \sum_{i=1}^n p_i x_i.$$

Decydent powinien wybrać spośród dostępnych tę opcję, której wartość oczekiwana jest największa.

Powyższa zasada spotkała się z krytyką w postaci tzw. paradoksu Petersburgskiego, który dotyczy następującej gry:

Uczestnik rzuca symetryczną monetą (powiedzmy polską złotówką) tak długo, aż wypadnie reszka. Jeżeli reszka wypadnie po raz pierwszy w n -tym rzucie, wówczas gracz dostaje nagrodę równą 2^n złotych. Ile zapłaci uczestnik za udział w takiej grze? Zauważmy, że jej wartość oczekiwana wynosi:

$$EV = \frac{1}{2} \cdot 2 + \frac{1}{2^2} \cdot 2^2 + \frac{1}{2^3} \cdot 2^3 + \frac{1}{2^4} \cdot 2^4 + \dots = 1 + 1 + 1 + 1 + \dots = \infty.$$

Okazuje się, że ludzie, mając możliwość udziału w grze o nieskończonej oczekiwanej wartości, skłonni są zapłacić za ten udział jedynie niewielką sumę pieniędzy. Daniel Bernoulli rozważając to zagadnienie, doszedł do wniosku, że ludzie nie stosują się do zasady maksymalizacji oczekiwanej wartości. Dzieje się tak dlatego, że kierują się subiektywną, a nie obiektywną miarą wartości konsekwencji (1738/1954). Bernoulli zastąpił pojęcie oczekiwanej wartości pojęciem oczekiwanej użyteczności (*expected utility*, EU). Za sprawą von Neumanna i Morgensterna koncepcja ta stała się w 1944 roku formalnym modelem podejmowania decyzji w warunkach ryzyka z dobrze określonymi postulatami racjonalnego zachowania (1944/1990). Formułę oczekiwanej użyteczności zapiszemy jako:

$$EU(L) = \sum_{i=1}^n p_i u(x_i),$$

gdzie funkcja użyteczności $u(\cdot)$ opisana na zbiorze wypłat (wyników) mierzy subiektywną wartość końcowych stanów bogactwa, a jej kształt determinuje stosunek jednostki do ryzyka. W teorii oczekiwanej użyteczności przyjmuje się, że większość ludzi wykazuje awersję do ryzyka, co wyrażone jest przez wklęsłą funkcję użyteczności.

To, co różni modele EV i EU, to obiektywne versus subiektywne oceny wartości wyników. To, co łączy oba modele, to założenie obiektywnego rozkładu prawdopodobieństw na zbiorze możliwych konsekwencji działań. Przyjmuje się, że decydent zna ten rozkład i kieruje się nim w swoich wyborach. Pojawia się jednak pytanie, jak należy interpretować owo (obiektywne) prawdopodobieństwo.

Istnieje kilka interpretacji tego pojęcia: matematyczna, częstościowa (statystyczna) i logiczna. Najbardziej abstrakcyjne jest pojęcie matematyczne. Definiuje się tu prawdopodobieństwo poprzez zbiór aksjomatów i traktuje się je jako miarę na zbiorze zdarzeń losowych. W dużym uproszczeniu możemy powiedzieć, że jest to funkcja na skończonym zbiorze zdarzeń, która spełnia następujące warunki:

- przyjmuje tylko nieujemne wartości,
- prawdopodobieństwo zdarzenia pewnego wynosi 1 (równe jest jedności),
- prawdopodobieństwo sumy wzajemnie wykluczających się zdarzeń jest równe sumie prawdopodobieństw tych zdarzeń (tzw. zasada addytywności).

Niełatwo jest odnieść tę koncepcję do rzeczywistości. Po pierwsze, każdą miarę spełniającą powyższe warunki możemy nazwać prawdopodobieństwem. Po drugie, definicja powyższa zakłada, że prawdopodobieństwa znane są a-priori. Jednak w rzeczywistym świecie trudno jest w większości przypadków określić szanse zdarzeń losowych przed ich wystąpieniem. Łatwiej jest dokonać tego a-posteriori, po przeprowadzeniu odpowiedniej liczby eksperymentów [eksperyment w rozumieniu działania generującego zdarzenia].

W myśl tego zaproponowana została inna interpretacja prawdopodobieństwa tzw. częstościowa, która w odróżnieniu od poprzedniej jest empirycznie sprawdzalna. Zgodnie z teorią częstości (frekwencji) prawdopodobieństwo jest miarą względnych frekwencji poszczególnych zdarzeń. Pogląd ten dowodzi, że prawdopodobieństwo poszczególnego zdarzenia w określonej próbie równe jest względnej częstości pojawienia się tego zdarzenia w skończonej sekwencji (powtórzeń) „podobnych” prób.

Definicja ta również napotyka szereg (praktycznych) problemów. Po pierwsze, pewne zdarzenia możemy poklasyfikować na wiele sposobów, np.: przepowiadając szanse pojawienia się deszczu następnego dnia trudno jest odpowiedzieć na pytanie, jakie zdarzenia powinniśmy brać pod uwagę? Względna częstość zdarzenia będzie zależała zatem od klasy innych zdarzeń, do której je porównujemy. Drugą wadę tego podejścia ilustruje następujący przykład: powtarzamy rzut monetą 10 razy, 7 razy wypadła reszka, a 3 razy orzeł. Czy w związku z tym słuszne jest sądzić, że prawdopodobieństwo wypadnięcia orła wynosi $3/10$, a reszki $7/10$?

Z tym drugim problemem poradziła sobie pewna modyfikacja częstościowej definicji prawdopodobieństwa związana z prawem wielkich liczb (PWL) J. Bernoulliego (1713). Zgodnie z nią prawdopodobieństwo nie jest obserwowaną częstością, a raczej granicą, którą obserwowane częstości by osiągnęły, gdyby próby były powtarzane odpowiednio dużą ilość razy. Dokładniej mówiąc, PWL mówi, że jeżeli zdarzenie pojawia się k razy w n identycznych i niezależnych próbach, a liczba powtórzeń jest arbitralnie duża, to wielkość k/n powinna być dostatecznie bliska wartości „obiektywnego” prawdopodobieństwa. Trzeba zauważyć, że interpretacja częstościowa prawdopo-

dobieństwa dobrze radzi sobie w sytuacjach powtarzalnych zdarzeń. Jest jednak bezradna w przypadku zdarzeń pojedynczych.

Stanowisko odmienne od powyższych reprezentuje podejście logiczne. Tym razem definicja prawdopodobieństwa jest odnoszona nie do zdarzeń, a do zdań (sądów). Opiera się na założeniu, że między sądem w postaci pewnej hipotezy a danymi, uzasadniającymi tę hipotezę zachodzi określony związek logiczny. Prawdopodobieństwo logiczne mierzy stopień uzasadnienia hipotezy poprzez dane. Ponieważ istnieje jeden i tylko jeden taki stopień uzasadnienia, to w tym sensie prawdopodobieństwo jest obiektywne. Jeżeli dwie osoby przypisują różne prawdopodobieństwo temu samemu twierdzeniu, to co najwyżej jedna może mieć rację.

Niekiedy prawdopodobieństwo logiczne traktuje się jako zakresowo tożsame z prawdopodobieństwem statystycznym, oznaczającym względną częstotliwość zjawisk mających odrębne własności. Powyższa interpretacja odwołuje się do pojęcia losowości, które (zgodnie z tym stanowiskiem) nie jest zjawiskiem obiektywnie mierzalnym, a raczej „zjawiskiem wiedzy” (*knowledge phenomenon*). Przykładowo, zgodnie z tym poglądem sam rzut monetą nie jest zdarzeniem losowym. Jeżeli znamy kształt monety, jej wagę, siłę rzucającego, warunki atmosferyczne w pokoju, dystans od ręki rzucającego do ziemi (miejsca upadku monety) itp., wówczas możemy przewidzieć z pewnością, czy wypadnie orzeł czy reszka. Jednakże, gdy te informacje są nam nieznane, możemy przyjąć, że rzut jest zdarzeniem losowym i przypisać to samo prawdopodobieństwo orłowi i reszce. Prawdopodobieństwa są zatem miarą braku wiedzy („*lack of knowledge*”) o warunkach, które mogą wpływać np. na rzut monetą i dlatego reprezentują tylko nasze przekonanie o danym eksperymencie (Keynes, 1921/1971). Wiedza ta jest nieucieleśniona i nieosobista, zatem w logicznym sensie prawdopodobieństwo nie jest subiektywne!

Każda z wyżej wymienionych interpretacji prawdopodobieństwa napotyka jakieś trudności. Ich wspólną cechą jest natomiast obiektywność tego pojęcia. Pojawia się jednak pytanie, czy przy podejmowaniu decyzji ludzie wykorzystują takie obiektywne prawdopodobieństwa. Model EU dopuszcza subiektywne wartościowanie wyników rozważanych opcji. Czy nie byłoby słusznym, aby uwzględniać również subiektywne wartości prawdopodobieństw? Idea subiektywnego prawdopodobieństwa miała początkowo związek z trudnością w określeniu obiektywnych prawdopodobieństw w wielu rzeczywistych sytuacjach (np. prawdopodobieństwa tego, czy jutro będzie padał deszcz?). W związku z tym pierwsza interpretacja uwzględniająca subiektywność w ocenie prawdopodobieństw związana była z decyzjami w warunkach niepewności, kiedy to nieznane są prawdopodobieństwa zdarzeń. Druga natomiast nawiązywała bardziej do subiektywnych odchyłeń od danych prawdopodobieństw. Przedstawimy oba te podejścia (w odwrotnej kolejności).

2. Pojęcie prawdopodobieństwa subiektywnego i jego odmiany

2.1. Subiektywne prawdopodobieństwo jako subiektywna transformacja obiektywnego prawdopodobieństwa

Wkrótce po pojawieniu się modelu EU (tj. w latach 50.), psychologów zaintrygowała kwestia, czy podejmując decyzje w warunkach ryzyka, kiedy znane są obiektywne prawdopodobieństwa, ludzie uwzględniają je zgodnie z obiektywną skalą czy raczej subiektywnie zniekształcają?

Pierwsze badania na ten temat przeprowadził Ward Edwards. Edwards obserwował, jak ludzie obstawiają różne zakłady. Służyła mu do tego maszyna podobna do gry w „Pin-ball”, na dole której znajdowało się osiem ponumerowanych otworów. Do każdego z nich z takim samym prawdopodobieństwem $1/8$ mogła wpaść tocząca się z góry kulka. Edwards zadawał badanym wybory między dwiema grami, których wyniki zależne były od tego, do jakich otworów trafi kulka. Okazało się, że: (1) różni ludzie różnie skalowali te same obiektywne prawdopodobieństwa oraz (2) badani przejawiali pewne preferencje, co do niektórych wielkości prawdopodobieństw (1953, 1954a, 1954b). W jednym z badań dawano do wyboru zakłady o tej samej wartości oczekiwanej, tak że z obiektywnego punktu widzenia nie było powodu, dla którego jeden zakład miałby być preferowany nad drugi. A jednak badani przejawiali wyraźne preferencje między zakładami. Musiały one być wynikiem albo awersji do ryzyka, albo subiektywnego traktowania prawdopodobieństw.

W eksperymencie tym badani mieli wybór między parami zakładów trzech typów: z dodatnią, ujemną i zerową wartością oczekiwaną. Otrzymane wyniki pokazały, że dwa czynniki miały istotny wpływ na wybór gry w parze. Po pierwsze, ogólna skłonność osoby do ryzyka – np. strata większej ilości pieniędzy, ale z mniejszym prawdopodobieństwem była preferowana nad stratę mniejszej ilości pieniędzy, ale z większym prawdopodobieństwem. Po drugie wybór był determinowany przez specyficzne preferencje, co do pewnych wielkości prawdopodobieństw, niezależne od wielkości wypłat w grze. Badani systematycznie preferowali zakłady zawierające prawdopodobieństwo wygranej $4/8$ nad każde inne oraz unikali gier zawierających wygraną z prawdopodobieństwem $6/8$ (odwrotny rezultat zaobserwowany był w przypadku strat, czyli par gier z negatywną wartością oczekiwaną). Podsumowując, badania Edwardsa pokazały, że wybór w warunkach ryzyka niekoniecznie jest determinowany przez obiektywne prawdopodobieństwa. Badani raczej brali pod uwagę pewne subiektywne wartości prawdopodobieństw.

Oprócz badań Edwardsa były inne próbujące wyznaczyć dokładną skalę subiektywnego prawdopodobieństwa (Preston i Barata, 1948 czy Mosteller i Nogee, 1951). To, co

można było z nich wywnioskować, to m.in. istnienie odchyłeń od obiektywnego prawdopodobieństwa oraz to, że subiektywna skala niekoniecznie spełniała zasady matematycznego prawdopodobieństwa. Na przykład badani mogli ocenić szansę na więcej niż 50% zarówno dla zaistnienia danego zdarzenia, jak i dla jego niezastnienia. Edwards (1954c, 1962) zwracał jednak uwagę, że eksperymenty te miały znaczne czasem problemy metodologiczne. Zbyt rzadko były przeprowadzane w odpowiednio kontrolowanych warunkach. Brakowało też spójnej teorii opisującej prawa rządzącego składaniem subiektywnych wartości wypłat i związanych z nimi prawdopodobieństw.

2.2. Subiektywne prawdopodobieństwo jako stopień przekonania osoby

Oprócz badań nad subiektywną transformacją obiektywnego prawdopodobieństwa pojawiła się też całkowicie inna koncepcja subiektywnego prawdopodobieństwa.

W realnym świecie w sytuacjach decyzyjnych związanych ze zdarzeniami niepewnymi nie łatwo jest poradzić sobie z określeniem szans zajścia tych zdarzeń. Z behawioralnego punktu widzenia, poza grą w kasynie czy w toto-lotka, obiektywna interpretacja prawdopodobieństwa jest w wielu przypadkach mało użyteczna. Wydaje się, że ludzie biorą pod uwagę przy podejmowaniu decyzji własne przekonania na temat możliwości wystąpienia jakiegoś zdarzenia. Naturalnym wydawało się więc rozszerzyć modele oczekiwanej użyteczności przez włączenie do analizy nie tylko subiektywnej oceny dotyczącej wartości konsekwencji możliwych opcji wyboru, lecz także subiektywnego traktowania prawdopodobieństw, związanych z tymi konsekwencjami. Klasycznym modelem, który rozwinął tę ideę, jest model subiektywnie oczekiwanej użyteczności (*subjective expected utility*, SEU), którego fundamenty znajdziemy już w oryginalnej pracy Ramseya z 1929 roku.

Ramsey nie zgodził się ze stanowiskiem logicznym dotyczącym interpretacji prawdopodobieństwa. Twierdził, że zamiast przypisywać prawdopodobieństwo nieucieleśnionej wiedzy samej w sobie, należy odnieść je do wiedzy posiadanej przez poszczególne jednostki osobno. W tłumaczeniu Ramseya to osobiste przekonania (*personal belief*) na temat prawdziwości jakiegoś stwierdzenia lub szansy zajścia niepewnych zdarzeń determinują wartości prawdopodobieństw. Ocena tych szans może opierać się na własnych przekonaniach i na posiadanej wiedzy, włączając informacje na temat obiektywnych częstości zdarzeń. Różni ludzie posiadają różny zasób wiedzy, stąd dopuszczalne są odmienne wielkości prawdopodobieństw przypisane temu samemu zdarzeniu. Prawdopodobieństwo jest zatem subiektywne!

Jak mierzyć osobisty stopień przekonania? Ramsey zaproponował wyprowadzenie spójnej teorii wyboru w warunkach niepewności, która mogłaby odizolować przekonania

od preferencji pozostając przy koncepcji subiektywnego prawdopodobieństwa. Rozwinął ideę pomiaru stopni przekonania na drodze behawioralnej. Podobnie niezależnie zrobił to Bruno de Finetti (1937). Obaj twierdzili, że subiektywne prawdopodobieństwa mogą być wnioskowane z obserwacji ludzkich zachowań. Zaproponowali wyprowadzenie stopnia pewności, co do prawdziwości jakiegoś stwierdzenia, z analizy zachowań decydentów podczas podejmowania zakładów i wyliczenie tego stopnia jako prawdopodobieństwa.

Zilustrujmy ich ideę na prostym przykładzie. Przypuśćmy, że pewna osoba napotyka ryzykowne przedsięwzięcie z dwoma możliwymi wynikami x i y , przy czym pierwszy jest bardziej pożądanym od drugiego. Załóżmy, że osoba ta stoi przed problemem wyboru między dwiema loteriami P i Q zdefiniowanymi na zbiorze tych dwóch wyników x i y . Nic więcej o tych loteriach nie wie. Jeżeli jednak wybierze loterię P nad loterię Q , to można z tego wnioskować, że musi być przekonana (musi wierzyć), iż loteria P zapewnia większe szanse uzyskania wyniku x względem wyniku y , a Q przypisuje niższe prawdopodobieństwo wynikowi x względem y . Ponieważ x jest bardziej pożądanym niż y , to odwrotny wybór oznaczałby zachowanie niezgodne z preferencjami.

Pełny model wyboru w warunkach niepewności, który uwzględniałby subiektywne prawdopodobieństwa został przedstawiony w słynnej pracy L. Savage'a: *The Foundation of Statistics* (1954). Savage zsyntezował osiągnięcia Ramsey'a i de Finettiego oraz model oczekiwanej użyteczności von Neumanna-Morgensterna. Wyprowadził nową, analityczną strukturę oraz warunki konieczne i istotne na istnienie subiektywnych prawdopodobieństw oraz na wyjątkowe ich połączenie z użytecznościami wyników dostępnych opcji wyboru. Scharakteryzował indywidualny wybór jako maksymalizującą subiektywnie oczekiwaną użyteczność.

Model Savage'a osadzony jest w warunkach niepewności, która reprezentowana jest przez zbiór wzajemnie wykluczających się i wyczerpujących stanów natury (podzbiorem tego zbioru są zdarzenia) oraz arbitralny zbiór konsekwencji. Obiektami wyboru są elementy zbioru działań (*acts*), gdzie każde działanie prowadzi do szczególnego zbioru konsekwencji, zależnych od wystąpienia któregoś ze stanów natury. Przyjmuje się, że decydenci mają określone preferencje na zbiorze działań. Struktura preferencji wyznaczona jest przez system aksjomatów pozwalający na numeryczne wyrażenie oceny konsekwencji w postaci funkcji użyteczności, jak również przekonań w postaci miary subiektywnego prawdopodobieństwa, które Savage nazywa prawdopodobieństwem osobistym. Ogólne aksjomaty zaproponowane w teorii Savage'a zapewniają spójną i uporządkowaną relację preferencji oraz pozwalają na rozdzielenie subiektywnych prawdopodobieństw od subiektywnych użyteczności (pozostała część aksjomatów pełni funkcje techniczne). Mając uporządkowaną relację preferencji na zbiorze dostępnych działań, osoby dążą do wyboru tego działania, którego subiektywnie oczekiwana użyteczność zdefiniowana poniżej jest największa:

$$SEU = \sum_{i=1} \pi(E_i) u(x_i),$$

gdzie $u()$ użyteczność i -tej konsekwencji x_i , $\pi()$ subiektywne prawdopodobieństwo i -tego zdarzenia E_i .

Model SEU jest wyidealizowaniem sytuacji wyboru w warunkach niepewności, podobnie jak EU był w warunkach ryzyka. Oba dopuszczają subiektywne wartościowanie konsekwencji oraz dodatkowo założenia w modelu Savage'a zapewniają istnienie indywidualnego prawdopodobieństwa, co przybliży drugi model do lepszego opisu rzeczywistego zachowania.

2.3. Wagi decyzyjne. Teoria perspektywy (*prospect theory*, PT)

W latach 50. i następnych psychologowie opisali mnóstwo odstępstw od teorii EU, charakteryzujących zachowania ludzi. Nie byli jednak w stanie zaproponować alternatywnej teorii. Uczynili to dopiero Kahneman i Tversky (1979), formułując teorię perspektywy. Pokazali najpierw kilka głównych efektów wskazujących, jak model EU systematycznie zawodzi jako model deskryptywny. Dwa z tych efektów dotyczące nieliniowego traktowania prawdopodobieństw są pewną modyfikacją słynnego paradoksu Allais (1953).

Pierwszy to efekt wspólnej konsekwencji pokazujący, że użyteczność nie zawsze jest liniową funkcją prawdopodobieństw, zwłaszcza gdy prawdopodobieństwa te są blisko 0 lub 1. Badani, mając wybór (problem 1) między otrzymaniem 2400\$ z pewnością a 2500\$ z szansą 0.33 lub 2400\$ z szansą 0.66, częściej wybierali opcję pierwszą, natomiast w drugiej parze opcji badani bardziej preferowali szansę otrzymania 2500\$ z prawdopodobieństwem 0.33 nad 2400\$ z prawdopodobieństwem 0.34 (problem 2). Zgodnie z modelem EU (po dokonaniu prostych przekształceń) zaobserwowany wybór w problemie 1 implikuje, że $0.34u(2400) > 0.33u(2500)$, podczas gdy w problemie 2 otrzymujemy odwrotną nierówność: $0.34u(2400) < 0.33u(2500)$. Taki stan rzeczy jest niezgodny z zasadą niezależności przyjętą w modelu EU. Zgodnie z tą zasadą wyciągnięcie wspólnego składnika z obu opcji w problemie 1, tzn. szansy otrzymania 2400\$ z prawdopodobieństwem 0.66, nie powinno prowadzić do zaobserwowanych preferencji w parze drugiej. Na podstawie tych wyników sformułowano efekt pewności, czyli skłonności do przypisywania większego znaczenia tym wynikom, które są pewne względem tych, które są „zaledwie” prawdopodobne.

Drugi efekt wskazujący na nieliniowe traktowanie danych prawdopodobieństw to tzw. efekt wspólnej proporcji. Odnosi się do obserwacji, gdzie bardziej ryzykowna spośród dwóch prostych opcji postaci $(x, p; 0, 1-p)$ i $x > 0$, staje się bardziej atrakcyjną, gdy prawdopodobieństwo wygrania w obu opcjach zredukowane jest w tej samej proporcji.

Kolejna obserwacja wskazująca na niezgodność modelu EU z wzorcem obserwowanych wyborów dotyczyła wypłat opcji ryzykownych. W teorii oczekiwanej użyteczności przyjęto, że ludzie wykazują ogólnie awersję do ryzyka, bez względu na to, czy ryzyko jest w sferze zysków czy strat. Kahneman i Tversky stwierdzili, że awersja do ryzyka owszem jest częściej obserwowana, ale tylko w dziedzinie zysków. W dziedzinie strat natomiast przeważa skłonność do ryzyka.

Obserwacje te i kilka innych zaowocowały nowym podejściem do wyborów w warunkach ryzyka. W Teorii Perspektywy rozróżnia się dwie fazy procesów decyzyjnych: fazę edytowania i fazę oceny. Tu jednak zajmiemy się tylko drugą z tych faz. Przyjmuje się, że ocena opcji ryzykownych zależy od dwóch funkcji: funkcji wartości oraz funkcji wag decyzyjnych.

Funkcja wartości $v()$ odpowiada funkcji użyteczności w EU, z tą różnicą, że nie jest zdefiniowana na końcowych poziomach bogactwa, a raczej zdeterminowana przez zmiany w zasobach zależne od punktu odniesienia [zmiany te przyjęło się nazywać zyskami – powyżej punktu odniesienia i stratami – poniżej tego punktu]. Punktem odniesienia może być bieżący zasób, który jednostka posiada. Na wybór tego punktu może mieć również wpływ tzw. efekt sformułowania problemu, który ma miejsce w pierwszym etapie procesu decyzyjnego, wspomnianej fazy edytowania. Przyjmuje się, że funkcja wartości jest wklęsła dla zysków a wypukła dla strat oraz że jest bardziej stroma dla strat niż dla zysków – własność ta nazywana jest awersją do straty. Założenia te prowadzą do asymetrycznej, S-kształtnej funkcji wartości.

Drugim elementem wchodzącym w skład oceny opcji ryzykownej jest funkcja wag decyzyjnych. Kahneman i Tversky postulują, że decydent waży wartości wyników opcji nie poprzez same prawdopodobieństwa (obiektywne – jak w modelu EU, albo subiektywne – jak w modelu SEU), ale raczej przez wagi decyzyjne będące pewną transformacją prawdopodobieństw. Tak więc funkcja wag decyzyjnych nie jest ani obiektywnym prawdopodobieństwem, ani stopniem przekonania w rozumieniu Savage'a. Po pierwsze, nie spełnia ona aksjomatów matematycznego prawdopodobieństwa, a po drugie – nie tłumaczy, jak te prawdopodobieństwa są generowane. Wyraża raczej ilość uwagi, jaka jest przypisana danemu wynikowi wybieranej opcji. Gdy znane są decydentowi obiektywne prawdopodobieństwa, to wykorzystywane są „od razu” do przypisywania wag wartościom konsekwencji, z którymi są związane. Gdy decydent działa w warunkach niepewności, to najpierw ocenia prawdopodobieństwa zdarzeń zgodnie z własnymi przekonaniem, a dopiero wówczas wykorzystuje je do tworzenia wag (Fox i Tversky, 1995).

Hipotetyczna funkcja wag decyzyjnych $\pi()$ w oryginalnej Teorii Perspektywy ma kilka głównych własności. Po pierwsze, określona jest na przedziale $(0,1)$ oraz $\pi(0) = 0$, $\pi(1) = 1$. Po drugie, wagi zdarzeń przeciwnych nie sumują się tak, jak zwykłe praw-

dopodobieństwa do jednego, czyli $\pi(p) + \pi(1-p) < 1$ dla każdego $p \in (0,1)$. Jest to własność tzw. subpewności funkcji $\pi(\cdot)$. Kolejna własność to: subproporcjonalność (*subproportionality*) wag decyzyjnych związana z opisanym wcześniej efektem wspólnej proporcji (*common-ratio effect*), która mówi, że dla ustalonego stosunku prawdopodobieństw, stosunek wag decyzyjnych jest bliższy jedności, gdy prawdopodobieństwa te

są niskie, niż gdy są wysokie $\frac{\pi(pq)}{\pi(p)} \leq \frac{\pi(pqr)}{\pi(pr)}$. Mówi się także o subaddytywności

(*subadditive*) funkcji wag decyzyjnych wynikającej z efektu wspólnej konsekwencji i oznaczającej wrażliwość na zmiany prawdopodobieństw blisko punktów 0 i 1. Przyjmując hipotetyczną funkcję wag decyzyjnych Kahnemana i Tversky podkreślali, że nie zachowuje się dobrze na końcach obiektywnego prawdopodobieństwa.

3. Problem niskich prawdopodobieństw w decyzjach z ryzykiem

Zarówno kiedy zajmowano się subiektywnymi odchyleniami ocen obiektywnych prawdopodobieństw, jak również subiektywną transformacją prawdopodobieństw w postaci wag decyzyjnych, pojawiły się obserwacje wskazujące na specjalne traktowanie przez ludzi niskich prawdopodobieństw. Obserwacje wskazują na podobną ścieżkę zniekształceń zarówno w percepcji, jak i w transformacjach prawdopodobieństwa na wagi decyzyjne.

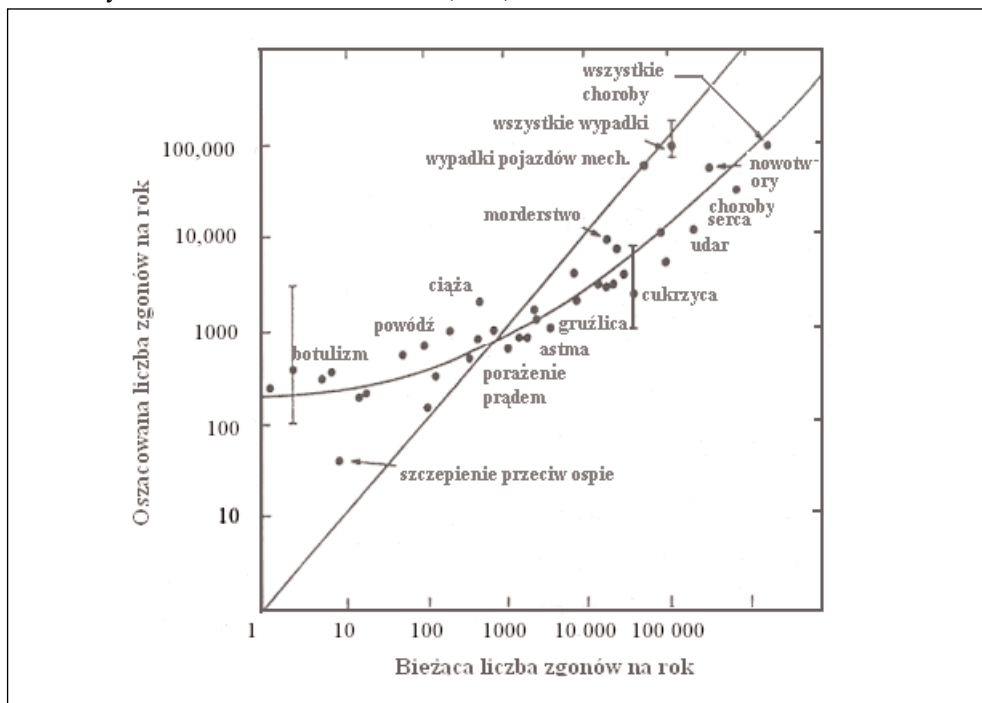
3.1. Badania na poziomie percepcji

Jednym z pierwszych badań na poziomie percepcji prawdopodobieństwa było badanie Attneave (1953). Respondenci pytani byli o oszacowanie względnych częstości, z którymi różne litery alfabetu pojawiały się w tekstach angielskich (gazetach, książkach). W badaniu posłużono się literami z dwóch powodów: po pierwsze, względna częstotliwość pojawiania się poszczególnych znaków była stabilna w próbkach tekstów, po drugie, proporcja ta była obserwowana przez większość członków badanej społeczności. Wyniki badań pokazały dość wysoką korelację między rzeczywistymi częstościami a oszacowaniami badanych. Zauważono jednak systematyczną prawidłowość: badani przeszacowywali frekwencje liter, które pojawiają się rzadko (np. X, V, Q) w porównaniu z literami występującymi częściej (A, E, T).

Wiele lat później Lichtenstein, Slovic, Fischhoff, Layman, and Combs (1978) pytali uczestników swojego badania o ocenę ilości zgonów w ciągu roku spowodowanych

przez 41 różnych zdarzeń śmiertelnych (jak rak płuca, astma, porażenie prądem, utonięcie, tornado, zatrucie itp.), dla których były dostępne roczne statystyki. Badanym prezentowano dwa różne formaty oceny częstości: (i) porównanie parami, gdzie należało wybrać tę przyczynę śmierci, którą badani uważali za bardziej prawdopodobną, że spowoduje śmierć losowo wybranej osoby z amerykańskiej populacji w ciągu roku; dodatkowo proszono o wskazanie, o ile razy wydaje im się to bardziej prawdopodobne; (ii) w drugim formacie badani oszacowywali bezpośrednio całkowitą roczną frekwencję wymienionych przyczyn śmierci w Stanach Zjednoczonych. Oszacowania badanych z obu zadań były porównane z bieżącymi statystykami częstości zdarzeń śmiertelnych. Zaobserwowano, że oszacowania te ulegają pewnym systematycznym trendom. Częstości relatywnie rzadkich zdarzeń były systematycznie przeszacowywane, podczas gdy frekwencje relatywnie częstych zdarzeń były systematycznie niedoszacowywane. Rysunek 1 przedstawia uzyskaną zależność między ocenami a aktualnymi frekwencjami pojawiania się zdarzeń śmiertelnych.

Rysunek 1. Zależność między ocenami a aktualnymi frekwencjami pojawiania się zdarzeń śmiertelnych w badaniu Lichtenstein i in. (1978)



Zródło: Lichtenstein i in. (1978), s. 558.

Tak więc w percepcji zdarzeń, które pojawiają się rzadko, ludzie mają skłonność przeszacowywać ich względną częstość.

3.2. Badania na poziomie wyboru

Niezależnie od badań na poziomie percepcji prowadzono też badania nad stosowaniem przez ludzi wag prawdopodobieństwa przy podejmowaniu decyzji w warunkach ryzyka. Interesujące badanie na ten temat przeprowadzili Preston i Baratta (1948). W swoich badaniach przyjęli oni prosty model, wg którego ludzie maksymalizują subiektywnie oczekiwaną wartość (*subjective expected value*, SEV), tzn.:

$$SEV = \sum_{i=1}^n s(p_i) x_i,$$

gdzie $s()$ – psychologiczne prawdopodobieństwo związane z i -tym wynikiem x_i . Jednocześnie model zakładał, że wartości wypłat opcji ryzykownych są przez ludzi traktowane w sposób liniowy. Przy tych założeniach badacze stwierdzili, że psychologiczne prawdopodobieństwo przeważało (*overweighting*) prawdopodobieństwo obiektywne dla $p = 0.01$ i $p = 0.05$ względem linii identyczności oraz niedoważało (*underweighting*) prawdopodobieństwa obiektywne dla $p = 0.25, 0.50, 0.75, 0.95, 0.99$. Punkt przecięcia psychologicznego prawdopodobieństwa z linią identyczności znajdował się poniżej $p = 0.25$. Badany przez Preston i Baratta model nie przyjął się z powodu braku teoretycznych przesłanek, jednak wskazał na możliwy sposób traktowania przez ludzi niskich prawdopodobieństw na poziomie wyboru.

Najwięcej badań, które pokazały skłonność ludzi do zawyżania niskich prawdopodobieństw, uzyskano przy założeniach rozszerzonego modelu teorii perspektywy, tj. skumulowanej teorii perspektywy (*cumulated prospect theory*, CPT) Tversky'ego i Kahnemana (1992). Nazwa modelu CPT związana jest ze sposobem, w jaki tworzone są wagi decyzyjne i jest to jedna z podstawowych cech, która odróżnia go od modelu PT. Dzięki pewnym modyfikacjom model CPT radzi sobie dobrze z możliwymi naruszeniem stochastycznej dominacji mającymi miejsce w modelu PT i pozwala badać gry z więcej niż jedną niezerową wypłatą.

Zgodnie z CPT całkowita „użyteczność” opcji $P = (w_1, p_1; \dots; x_n, p_n)$, gdzie $x_1 \leq \dots \leq x_r \leq 0 \leq x_{r+1} \leq \dots \leq x_n$ wynosi:

$$V_{CPT}(P) = \sum_{i=1}^r \pi_i^- v(x_i) + \sum_{j=r+1}^n \pi_j^+ v(x_j).$$

W modelu CPT wagi $\pi()$ ¹ nie tylko zależą od samych prawdopodobieństw, ale również od uporządkowania wypłat oraz od tego, czy prawdopodobieństwa związane są z zyskami czy ze stratami. Wagi decyzyjne dla strat i zysków zdefiniowane są odpowiednio przez:

¹ W modelu CPT π oznacza wagi decyzyjne zaś funkcja wag decyzyjnych oznaczana jest przez $w()$.

$$\pi_i^- = w^-\left(\sum_{k=1}^i p_k\right) - w^-\left(\sum_{k=1}^{i-1} p_k\right) \text{ dla } i \geq 2 \text{ oraz } \pi_1^- = w^-(p_1)$$

$$\pi_j^+ = w^+\left(\sum_{k=j}^n p_k\right) - w^+\left(\sum_{k=j+1}^n p_k\right) \text{ dla } j \leq n-1 \text{ oraz } \pi_n^+ = w^+(p_n).$$

W formule CPT przez funkcję wag decyzyjnych $w()$ transformowane są „prawdopodobieństwa skumulowane” dla zysków (czyli takie, które opisują prawdopodobieństwo otrzymania danej wypłaty pozytywnej lub jakiegokolwiek lepszej) oraz „zdekumulowane” dla strat (czyli prawdopodobieństwo otrzymania danej wypłaty negatywnej lub jakiegokolwiek gorszej). Stąd wagi decyzyjne dla zysków i strat otrzymuje się jako różnice pomiędzy transformowanymi wartościami odpowiednio skumulowanych i zdekumulowanych prawdopodobieństw.

Model CPT przyjmuje odwróconą S-kształtną funkcję wag decyzyjnych $w()$ na skali obiektywnego prawdopodobieństwa, najpierw wklęsłą, a później wypukłą. Związane jest to z zasadą malejącej wrażliwości, która oznacza, że ludzie stają się mniej wrażliwi na zmiany prawdopodobieństw wraz z oddaleniem od punktów odniesienia (w przypadku funkcji wag decyzyjnych są to punkty 0 i 1, interpretowane odpowiednio: „z pewnością się nie zdarzy” i „z pewnością się zdarzy”). Według tej zasady przyrosty blisko końców przedziału $[0,1]$ mają większe znaczenie niż przyrosty na środku skali. Ponadto, funkcja ta jest regresyjna, tj. przecinająca linię identyczności obiektywnego prawdopodobieństwa i asymetryczna, z punktem przegięcia w punkcie blisko $1/3$.

Wiele badań empirycznych potwierdziło powyższe własności funkcji wag decyzyjnych, zwłaszcza niedoważanie niskich i przeważanie średnich i wysokich prawdopodobieństw (Camerer i Ho, 1994; Tversky i Kahneman, 1992; Tversky i Fox, 1995; Wu i Gonzales, 1996; Gonzalez i Wu, 1999; Abdellaoui, 2000; Bleichrodt i Pinto, 2000). Badania te różniły się przyjętymi postaciami funkcji wag decyzyjnych oraz metodą pomiaru.

Podstawową metodą pomiaru służącą do analizy wyborów ryzykownych jest metoda ekwiwalentu pewnego². Ekwiwalentem pewnym opcji ryzykownej nazywamy taką wartość wypłaty, dla której decydentowi jest obojętne czy wybierze otrzymanie jej z pewnością czy tę opcję. W terminach użyteczności oznacza to, że użyteczność ekwiwalentu pewnego jest równa użyteczności alternatywy zawierającej ryzyko.

Przyjmując model CPT można porównać do siebie wartość (użyteczność) opcji ryzykownej oraz jej ekwiwalentu pewnego (*certainty equivalent*, CE). Zgodnie z tym mo-

² Przykładem innej, mniej czasochłonnej procedury jest metoda dwuetapowa, która w pierwszym kroku wykorzystuje tzw. metodę *trade-off* do wyznaczenia funkcji wartości (Wakker i Deneffe, 1996), a następnie metodę ekwiwalentu pewnego do wyznaczenia funkcji wag decyzyjnych (Abdellaoui, 2000; Bleichrodt i Pinto, 2000).

delem otrzymalibyśmy następujące równanie dla np. dwuwynikowej loterii $L = (x_1, p; x_2, 1 - p)$, gdzie $x_1 > x_2 > 0$:

$$v(CE) = w(p)v(x_1) + (1 - w(p))v(x_2).$$

Po przyjęciu postaci funkcyjnej funkcji $v()$ i $w()$ możemy łatwo oszacować ich parametry za pomocą technik niestandardowej regresji liniowej.

Kahneman i Tversky (1992) użyli tej metody do oszacowania funkcji wag decyzyjnych z jednym parametrem γ :

$$w(p) = \frac{p^\gamma}{[p^\gamma + (1-p)^\gamma]^{1/\gamma}},$$

oddzielnie dla loterii z dodatnimi i ujemnymi wypłatami. Uzyskali parametr $\gamma = 0.61$ dla zysków i $\gamma = 0.69$ dla strat, z punktem przegięcia $p = 0.39$. Podobne wyniki choć uzyskane inną metodą pomiaru uzyskał Abdellaoui (2000). Przyjmując taką samą postać funkcji wag decyzyjnych otrzymał oszacowanie parametru $\gamma = 0.60$ dla zysków i $\gamma = 0.69$ dla strat.

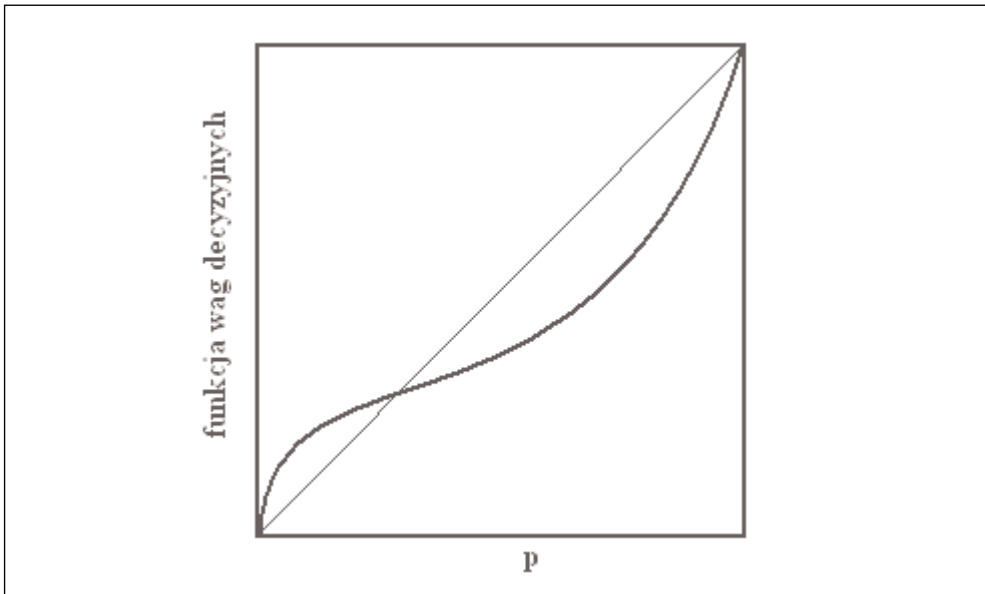
Inną parametryczną specyfikację funkcji wag decyzyjnych przyjęli Gonzales i Wu (1999). Transformacji obiektywnego prawdopodobieństwa dokonywali za pomocą dwu parametrów δ i γ :

$$w(p) = \frac{\delta p^\gamma}{\delta p^\gamma + (1-p)^\gamma}.$$

Okazało się, że dodanie drugiego parametru zasadniczo nie poprawia jakości dopasowania danych, pozwala natomiast modelować heterogeniczność indywidualnych wyników. Parametr γ kontroluje stopień wykrzywienia (*curvature*) funkcji wag decyzyjnych, natomiast δ stopień wzniesienia (*elevation*) względem prostej diagonalnej. Parametr $\gamma < 1$ i $\delta < 1$ implikują odwróconą S-kształtną funkcję wag decyzyjnych. W badaniu Wu i Gonzalesa w dopasowaniu do średnich danych uzyskano parametry: $\gamma = 0.77$ i $\delta = 0.44$, co ponownie potwierdziło przeważanie niskich i niedoważanie średnich i wysokich prawdopodobieństw.

Rysunek 2 poniżej przedstawia empiryczny kształt funkcji wag decyzyjnych uzyskiwany w wymienionych badaniach.

Rysunek 2. Typowa empiryczna funkcja wag decyzyjnych



Źródło: Opracowanie własne.

4. Problem niskich prawdopodobieństw w decyzjach z opisu i doświadczenia

W badaniach opisanych w poprzednim paragrafie modelowym zadaniem używanym w badaniach był wybór między opcjami ryzykownymi (loteriami), o których charakterystykach (wypłatach i ich prawdopodobieństwach) respondenci byli informowani poprzez odpowiedni ich opis. Zwykle zarówno wypłaty, jak i prawdopodobieństwa z nimi związane dostarczane były badanym w postaci numerycznej lub czasem w przypadku prawdopodobieństw, wizualnie. Przykładowo decydentowi stawiano wybór między udziałem w grze z szansą wygrania 100zł równą 0.5 lub 0 zł w przeciwnym wypadku, a otrzymaniem 30 zł z prawdopodobieństwem równym 1. Istnieje wiele rozmaitych formatów prezentowania prawdopodobieństw: ułamki, proporcje, diagramy graficzne czy liczba kul w urnie itp. Decyzje z ryzykiem opisane z wykorzystaniem tych różnych formatów będziemy nazywać decyzjami z opisu (*descriptive decisions*, DD).

W ostatnim jednak czasie pewna grupa badaczy skupiła się na innej klasie decyzji. Nazwano je decyzjami bazującymi na doświadczeniu (*experience-based decisions*, ED). Idea podziału decyzji na DD i ED wzięła się z próby porównania wyborów w warunkach laboratoryjnych i wyborów podejmowanych w świecie rzeczywistym. W realnym

świecie rzadko wiemy o możliwych konsekwencjach opcji ryzykownych i prawdopodobieństwach z nimi związanych. Czy dane uzyskane z badań empirycznych są adekwatne do rzeczywistych zachowań ludzi? W związku z tym pytaniem rozwinięto metodę badania wyborów między opcjami ryzykownymi (loteriami) taką, że uczestnikom eksperymentu dostarcza się informacji nt. alternatyw poprzez ich własne doświadczenie. Badani pobierają tu próbki z rozkładu wypłat charakteryzującego daną loterię. Wybory oparte na takiej procedurze nazywa się decyzjami z doświadczenia (Hertwig i in., 2006).

Badania bazujące na powyższej metodzie pokazały pewne istotne różnice pomiędzy rezultatami uzyskanymi z decyzji z opisu i doświadczenia, zwłaszcza w traktowaniu rzadkich zdarzeń (Barron i Erev, 2003; Hertwig i in., 2004; Weber, Shafir i Blais, 2004; Barron i in., 2008). Wyniki pokazują mianowicie, że w przeciwieństwie do zawyżania niskich prawdopodobieństw w decyzjach z opisu, w decyzjach z doświadczenia ludzie raczej je niedowważają.

W eksperymencie Hertwig i in. (2004), uczestnicy dokonywali wyboru między dwiema ryzykownymi alternatywami, które reprezentowane były przez dwa przyciski na ekranie komputera. Badani mogli doświadczać rozkładu wypłat przypisanego do jednego z dwóch widzianych przycisków, przez naciskanie na niego tak długo, jak chcieli. Naciskanie powodowało losowe pokazywanie się wypłat zgodnie z ich rozkładem. Jak tylko respondenci poczuli się wystarczająco przekonani o wiedzy na temat „pokazywanych” gier, proszeni byli o dokonanie wyboru.

Każdy z uczestników zapoznawał się (doświadczał) z sześcioma problemami decyzyjnymi. Każda decyzja składała się z dwóch loterii, dla rozróżnienia: pierwsza z wyższą (H), a druga z niższą (L) wartością oczekiwaną. Respondenci podzieleni byli na dwie grupy, gdzie w jednej dokonywali wyboru w warunkach decyzji z opisu, a w drugiej w warunkach decyzji z doświadczenia. W obu grupach porównano procent odpowiedzi, gdzie respondenci wybrali loterię z wyższą wartością oczekiwaną. Wyniki prezentuje tabela 1.

Uzyskane istotne różnice między grupami w wyborze opcji H (przeciętna różnica w każdym z sześciu problemów wynosiła 36 punktów procentowych) pokazują dość odmienne ścieżki wyboru w jednej i drugiej grupie. W ostatniej kolumnie tabeli 1 przewidywany przez autorów kierunek wyboru jest zgodny z przypuszczeniem, że w warunkach decyzji z doświadczenia rzadkie zdarzenia będą miały mniejszy wpływ na wybór, niż na to „zasługują” w przeciwieństwie do decyzji z opisu. Według autorów to właśnie niedowważanie niskich prawdopodobieństw jest odpowiedzialne za taki duży rozdźwięk między wyborami z opisu i doświadczenia.

Analizując tendencję do niedowważania niskich prawdopodobieństw uzyskaną w badaniu Hertwig i in., Fox i Hadar (2006) doszli do wniosku, że można ją przypisać błę-

Tabela 1. Podsumowanie zadanych problemów wyboru i wyniki badania (na podstawie tabeli 1 w Hertwig i in., 2004).

Problem wyboru	Gry ^a		Procent badanych, którzy wybrali grę H (z podziałem na grupy)		Predykcja wyborów H ^b	
	H	L	Decyzje z opisu	Decyzje z doświadczenia	Rzadkie zdarzenie	Wybory H
1	4, 0.8	3	36	88	0, .2	Wyższy
2	4, 0.2	3, 0.25	64	44	4, .2	Niższy
3	-3	-32, 0.1	64	28	-32, .1	Niższy
4	-3	-4, 0.8	28	56	0, .2	Wyższy
5	32, 0.1	3	48	20	32, .1	Niższy
6	32, 0.025	3, 0.25	64	12	32, .025	Niższy

^a Gry dwuwynikowe z jedną wypłatą niezerową postaci (x, p). Komórki z pogrubioną czcionką oznaczają gry zawierające rzadkie zdarzenie. H – gra z wyższą, a L – gra z niższą wartością oczekiwaną. ^b Pozycje w tej kolumnie identyfikują rzadkie zdarzenie oraz wskazują, czy procent respondentów, którzy wybrali grę H w poszczególnych parach, był przewidywany jako wyższy czy niższy w grupie dokonującej decyzji z doświadczenia od tej dokonującej decyzji z opisu, przy założeniu niedoważania rzadkich zdarzeń w grupie decyzji z doświadczenia.

dowi pobieranej próbki (*sampling error*). Rzeczywiście, badani w tym eksperymencie losowali zazwyczaj bardzo małą próbkę z rozkładu wypłat opcji ryzykownych. Średnia liczba obserwowanych wypłat oscylowała wokół 15. To prowadziło do uzyskania przez badanych dwumianowego rozkładu (*binomial distributions*), w którym bardzo rzadkie zdarzenia były reprezentowane w niedostatecznym stopniu. (W małych próbkach jest bardziej prawdopodobne, że badani zaobserwują relatywnie mniej rzadkich zdarzeń niż to wynika z rozkładu). Fox i Hadar twierdzą, że jeżeli będziemy rozważali uzyskane wyniki w badaniu Hertwig i in. (2004) w kontekście „zaobserwowanego” rozkładu wypłat, to niekoniecznie uzyskamy niedoważanie niskich prawdopodobieństw.

Barron i in. (2008) postanowili przebadać rolę błędu próby w decyzjach bazujących na doświadczeniu. Chcieli sprawdzić, czy niedoważanie rzadkich zdarzeń zniknie, jeżeli wyeliminuje się ten błąd. W badaniu Barron i in. respondenci dokonywali wyboru między tzw. opcją bezpieczną (o dużym prawdopodobieństwie, ale niższej wygranej) a opcją ryzykowną (o niskim prawdopodobieństwie, ale wyższej wygranej) w dwóch zadanych problemach. Badani podzieleni zostali na dwie grupy: w pierwszej dokonywali wyboru w warunkach decyzji z opisu, a w drugiej w warunkach decyzji z doświadczenia. Aby wyeliminować wpływ błędu próby na wyniki, w grupie drugiej, badani doświadczały całe spektrum stanów świata, czyli pełnej sekwencji 100 wypłat (w kolejności losowej). (Przykładowo dla loterii dającej szansę wygrania 40\$ z prawdopodobieństwem 0.1 oraz 0\$ w przeciwnym przypadku, uczestnicy obserwowali w losowej kolejności 10 razy wypłaty o wartości 40\$ i 90 razy wypłatę równą 0\$.)

Wyniki badania pokazały, że w warunkach decyzji z opisu 56% respondentów wybrało opcję ryzykowną i 44% wybrało opcję bezpieczną. W warunkach decyzji z doświadczenia efekt był odwrotny, tj. 38% badanych wybrało opcję ryzykowną, a 62%

wybrało opcję bezpieczną. Wybory te wskazują, że w grupie podejmującej decyzje z doświadczenia znacznie mniejsza waga przypisana była zdarzeniom rzadkim niż w grupie decyzji z opisu. Uzyskany wynik sugeruje, że nawet jeżeli wyeliminowany zostanie „błąd próby”, to ścieżka wyboru będzie różniła się między decyzjami na podstawie doświadczenia i opisu. Czy rezultat ten można jakoś wyjaśnić?

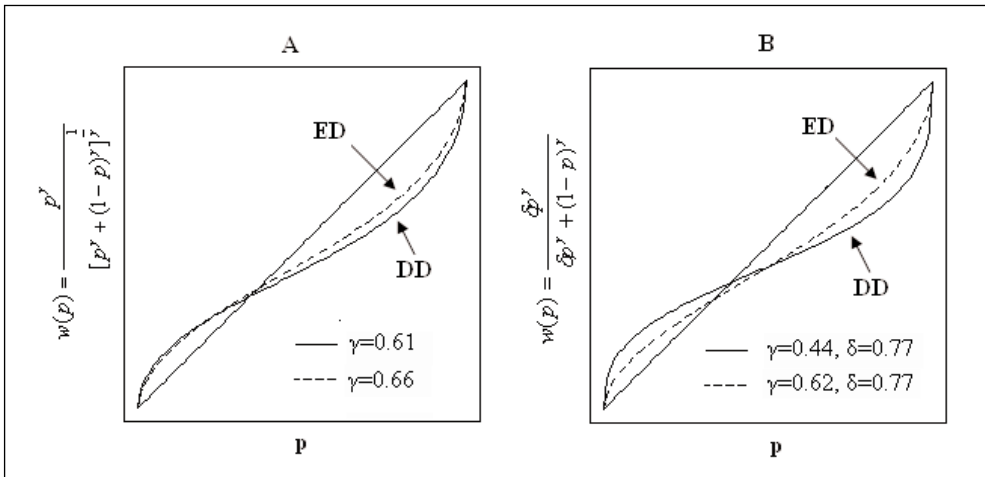
Sawicki i Tyszka (w przygotowaniu) badali ocenę ryzyka, korzystając z różnych formatów informacji nt. prawdopodobieństw. Użyli czterech różnych formatów, takich jak: frekwencje, kule w urnie, diagramy kołowe oraz format bazujący na doświadczeniu. W warunkach tego ostatniego formatu badani obserwowali serię 100 obrazków przedstawiających dzieci z i bez choroby genetycznej (syndrom Downa). Podobnie jak w badaniu Barron i Ursino (2008) został wyeliminowany błąd próby. Należy dodać, że Sawicki i Tyszka zainteresowani byli traktowaniem niskich prawdopodobieństw nie na poziomie wyboru a na poziomie percepcji. Zastosowali pięć różnych wielkości prawdopodobieństw $\{0.01, 0.03, 0.06, 0.12, 0.20\}$, stąd skoncentrowani byli na niskich frekwencjach zdarzeń (prawdopodobieństwach wystąpienia choroby genetycznej u nowo narodzonego dziecka). Odkryli, że korzystając z formatu prawdopodobieństwa bazującego na doświadczeniu, ocena rzadkich zdarzeń była mniej przeszacowana (*overrated*), niż w przypadku pozostałych formatów zastosowanych w eksperymencie. Jednocześnie badani byli bardziej wrażliwi na zmiany prawdopodobieństw, kiedy częstości były obserwowane, niż kiedy przedstawiane były w sposób opisowy. Wyniki te wskazują, że ludzie mogą zaniżać niskie prawdopodobieństwa w wyniku bardziej podstawowych procesów poznawczych niż ograniczony wysiłek poznawczy (jak sugerowali Fox i Hadar (2006)). Może być to raczej związane z odmiennym przetwarzaniem informacji w warunkach, kiedy ludzie doświadczenia szanse zdarzeń niż kiedy są one im opisywane.

Czy większa wrażliwość na zmiany niskich prawdopodobieństw potwierdzi się również w kształcie funkcji wag decyzyjnych? Gdyby tak było to funkcja wag decyzyjnych dla decyzji z doświadczenia powinna być bliżej linii idynczności niż funkcja wag decyzyjnych dla decyzji z opisu. Wstępne wyniki badania Domurat (2008) zdają się potwierdzać tę hipotezę. W badaniu tym, podobnie jak w badaniu Barrona i in. (2008), prawdopodobieństwo każdego z dwu wyników loterii było prezentowane w ten sposób, że uczestnicy doświadczały w kolejności losowej pełnej sekwencji 100 wypląt.

Rysunek 3 pokazuje, że funkcje wag decyzyjnych dla decyzji z doświadczenia i decyzji z opisu różnią się w przewidywanym kierunku. Wyższe parametry γ (zarówno na wykresie A, jak i B) uzyskano dla decyzji z doświadczenia niż dla decyzji z opisu. W efekcie kształt funkcji wag dla decyzji z doświadczenia bliższy jest linii idynczności niż dla decyzji z opisu. Oznacza to dwie rzeczy: (1) w decyzjach opartych na bezpośredniej obserwacji częstości zdarzeń, ludzie wykazują większą wrażliwość

na zmiany prawdopodobieństw; (2) zmniejsza się niedoważanie niskich prawdopodobieństw i przeważanie wysokich prawdopodobieństw. Trzeba jednak podkreślić, że ten ostatni wynik wymaga jeszcze dalszej weryfikacji.

Rysunek 3. Dwie funkcje wag decyzyjnych (z jednym i z dwoma parametrami) oszacowane na podstawie decyzji bazujących na doświadczeniu (krzywe przerywane z badania Domurat, 2008) oraz na podstawie decyzji z opisu (krzywe ciągłe: z badania Kahnemana i Tverky'ego, 1992 – wykres A oraz z badania Gonzales i Wu, 1999 – wykres B).



Źródło: Opracowanie własne.

Bibliografia

- Abdellaoui, M. 2000. *Parameter-free elicitation of utility and probability weighting functions*. „Management Science” 46: 1497-1512.
- Allais, M. 1953. *Le comportement de l'homme rationnel devant le risque: critique des postulats et axiomes de l'école Américaine*. „Econometrica” 21: 503-546.
- Atneave, F. 1953. *Psychological probability as a function of experienced frequency*. „Journal of Experimental Psychology” 46: 81-86.
- Barron, G., Erev, I. 2003. *Small feedback-based decisions and their limited correspondence to description-based decisions*. „Journal of Behavioral Decision Making” 16: 215-233.
- Barron, G., Ursino, G., Yechiam, E. 2008. *Underweighting rare events in experience-based decisions: Beyond sample error*. HBS Working Paper, 08-077 (Academy of Management, OB Division, Making Connections Award).
- Bernoulli, D. 1738/1954. *Exposition of a new theory on the measurement of risk, translated by Louise Sommer*. „Econometrica” (pre-1986) 22: 23-36.
- Bleichrodt, H., Pinto, J.L. 2000. *A Parameter-Free Elicitation of the Probability Weighting Function in Medical Decision Analysis*. „Management Science” 46: 1485-1496.

- Camerer, C.F., Ho, T.H. 1994. *Violations of the betweenness axiom and nonlinearity in probability*. „Journal of Risk and Uncertainty” 8: 167-196.
- Domurat, K. 2008. *Probability weighting function for experience based decisions*. W: IAREP Conference Proceedings. Rome, Italy, 3-6th September 2008, (CD).
- Edwards, W. 1953. *Probability-preferences in gambling*. „American Journal of Psychology” 66: 349-364.
- Edwards, W. 1954 a. *Probability-preferences among bets with differing expected values*. „American Journal of Psychology” 67: 56-67.
- Edwards, W. 1954 b. *The reliability of probability-preferences*. „American Journal of Psychology” 67: 68-95.
- Edwards, W. 1954 c. *The theory of decision making*. „Psychological Bulletin” 41: 380-417.
- Edwards, W. 1961. *Behavioral decision theory*. „Annual Review of Psychology” 12: 473-498.
- De Finetti, B. 1937. *La Prévision: Ses Lois Logiques, Ses Sources Subjectives*. *Annales de l'Institut Henri Poincaré*, 7: 1-68; przetłumaczone jako *Foresight. Its Logical Laws, Its Subjective Sources*. w: Kyburg, Jr. H.E. i Smokler, H.E. (eds.) *Studies in Subjective Probability*. New York: Robert E. Krieger Publishing Co., 1980.
- Fox, C., Hadar, L. 2006. *Decisions from experience = sampling error + prospect theory: Reconsidering Hertwig, Barron, Weber & Erev (2004)*. „Judgment and Decision Making” 1: 159-161.
- Gonzales, R., Wu, G. 1999. *On the shape of probability weighting function*. „Cognitive Psychology” 38: 129-166.
- Hacking, I. 1975. *The emergence of probability*. New York: Cambridge University Press.
- Hertwig, R., Barron, G., Weber, E.U., Erev, I. 2004. *Decisions from experience and the effect of rare events*. „Psychological Science” 15: 534-539.
- Hertwig, R., Barron, G., Weber, E.U., Erev, I. 2006. *Rare risky prospects: Different when valued through a window of sampled experiences*. In: K. Fiedlerand, P. Juslin (eds.), *Information Sampling As a Key to Understanding Adaptive Cognition in an Uncertain Environment* (pp. 72-91). New York, NY: Cambridge University Press.
- Kahneman, D., Tversky, A. 1979. *Prospect theory: an analysis of decision under risk*. „Econometrica” 47: 263-292.
- Keynes J. M. 1921/1971. *Treatise on probability*. London: MacMillan St. Martin's Press.
- Lattimore, P.K., Baker, J.R., Witte, A.D. 1992. *The influence of probability on risky choice: a parametric examination*. „Journal of Economic Behavior and Organization” 17: 377-400.
- Lichtenstein, Slovic, Fischhoff, layman, Combs. 1978. *Judged frequency of lethal events*. „Journal of Experimental Psychology: Human Learning & Memory” 4: 551-578.
- Mosteller, F., Nogee, P. 1951. *An experimental measurement of utility*. „The Journal of Political Economy” 59: 371-404.
- von Neumann, J., Morgenstern, O. 1944/1990. *Theory of games and economic behavior*. Princeton: Princeton University Press.

- Preston, M.G., Baratta, P. 1948. *An experimental study of the auction value of an uncertain outcome*. „American Journal of Psychology” 61: 183-193.
- Ramsey, F.P. 1926. Truth and Probability, in Ramsey, 1931, *The Foundations of Mathematics and other Logical Essays*, Ch. VII, p. 156-198, edited by R.B. Braithwaite, London: Kegan, Paul, Trench, Trubner & Co., New York: Harcourt, Brace and Company.
- Savage, J.L. 1954. *The foundations of statistics*. New York: John Wiley & Sons, Inc.
- Sawicki, P., Tyszka T. (in preparation). *Affective and cognitive factors influencing sensitivity to probabilistic information*.
- Tversky, A., Fox, C.R. 1995. *Weighing risk and uncertainty*. „Psychological Review” 102: 269-283.
- Tversky, A., Kahneman, D. 1992. *Advances in prospect theory, cumulative representation of uncertainty*. „Journal of Risk and Uncertainty” 5: 297-323.
- Wakker, P., Deneffe, D. 1996. *Eliciting von Neumann-Morgenstern utilities when probabilities are distorted or unknown*. „Management” 42: 1131-1150.
- Weber, E.U., Shafir, S., Blais, A.R. 2004. *Predicting risk-sensitivity in humans and lower animals: Risk as variance or coefficient of variation*. „Psychological Review” 111: 430-445.
- Wu, G., Gonzalez, R. 1996. *Curvature of the probability weighting function*. „Management Science” 42: 1676-1690.