WSPÓLNA WIEDZA: INTUICJE POTOCZNE I UJĘCIA FORMALNE

Izabella Anuszewska*

Streszczenie: *Celem tego artykułu jest przedstawienie pojęcia wiedzy wspólnej (common knowledge) w zakresie: od czysto intuicyjnych sformułowań do formalnych definicji. Pojęcie wiedzy wspólnej zostanie na wstępie przybliżone szeregiem przykładów. Następnie omówione zostanie podejście hierarchiczne – najpowszechniej stosowane do formalnego opisu wiedzy wspólnej. Jego dodatkową zaletą jest względna łatwość, z jaką poddaje się opisowi z wykorzystaniem precyzyjnego aparatu pojęciowego zaczerpniętego z logiki i nauk ścisłych. W dalszej części przedstawione zostało twierdzenie Aumanna – No Disagreement Theorem, które przyczyniło się w znacznym stopniu do zainteresowania pojęciem common knowledge ze strony badaczy z dziedziny nauk ekonomicznych, a następnie społecznych.*

Na zakończenie artykułu zasygnalizowane zostały wybrane z rozlicznych zastosowań pojęcia wiedzy wspólnej, ze szczególnym uwzględnieniem teorii gier, jako „dyscypliny rodzimej" dla omawianego pojęcia. Mowa będzie o roli wiedzy wspólnej w standardowych technikach poszukiwania rozwiązania gry.

Słowa kluczowe: *wiedza powszechna, wiedza wspólna, epistemologia interaktywna, teoria gier.*

COMMON KNOWLEDGE: SHARED INTUITIONS AND FORMAL APPROACHES

Abstract: *The aim of the article is to present the idea of common knowledge in the wide range: from intuitions to formal definitions. At the beginning the concept of common knowledge will be exemplified by several anecdotes. Then the hierarchical account (the most popular way of common knowledge formalization) will be presented. The additional advantage of hierarchical account is easiness of its description with use of the notions derived from logic and sciences. Next, Aumann's No Disagreement*

* Izabella Anuszewska, Instytut Badania Rynku i Opinii MillwardBrown SMG/KRC, ul. Nowoursynowska 154A, 02-797 Warszawa, e-mail: izabella.anuszewska@pl.millwardbrown.com

Theorem is presented. This theorem has greatly contributed to making economists and social researchers interested in common knowledge concept.

At the end of the article several of many applications of common knowledge concept are indicated. Special weight is given to game theory as a primary domain for the concept. The role of common knowledge in the games solutions' seeking techniques is mentioned.

Keywords: *mutual knowledge, common knowledge, interactive epistemology, game theory.*

Wprowadzenie

Potocznie określenie „wiedza wspólna" (*common knowledge*) jest wykorzystywane w odniesieniu do tzw. wiedzy ogólnej funkcjonującej w jakiejś zbiorowości, „wiedza wspólna" to coś, o czym wszyscy wiedzą. Ale kluczową i specyficzną rolę dla znaczenia pojęcia „wiedza wspólna" odgrywa jego drugi człon. To on dodaje specyficznego znaczenia terminowi „wiedza", który sam w sobie jest rozległy i jako taki jest przedmiotem odrębnej dyscypliny – epistemologii. Wyczerpujący przegląd klasycznej problematyki epistemologicznej można znaleźć w książce Jana Woleńskiego *„Epistemologia"* (2005). Samo pojęcie *common knowledge* stało się centralnym konceptem epistemologii interaktywnej – dziedziny zapoczątkowanej i rozwijanej przez R.J. Aumanna (1999).

Opis pojęcia wiedzy wspólnej warto jednak poprzedzić kilkoma przykładami dla oddania stojących za nim intuicji.

Przykład 1. „Zgodni małżonkowie". Przykład pierwszy jest opisem zasad pewnego teleturnieju. Jego uczestnikami były pary małżeńskie, a jedna z konkurencji polegała na tym, że pierwszej osobie z pary zadawano dosyć trywialny zestaw pytań o jej indywidualne zwyczaje czy upodobania, zadaniem drugiej zaś było odgadnięcie odpowiedzi swojego partnera. Punktowany był poziom zgodności odpowiedzi obu małżonków. Wyobraźmy sobie tok rozumowania pierwszego z uczestników – dajmy na to – żony, która ma odpowiedzieć na pytanie o jakąś swoją preferencję. Jeśli odpowiedź na to pytanie nie będzie automatyczna i od razu narzucająca się, nasza bohaterka będzie poszukiwała w pamięci czegoś, do czego wyrażała swoją przychylną opinię w przytomności męża. Postawmy się teraz w jego pozycji, kiedy ma odgadywać odpowiedzi żony. Będzie poszukiwał w pamięci czegoś, o czym żona świadomie i wiarygodnie wyrażała zachwyt i zdawała sobie zarazem sprawę, że on jest świadkiem tych deklaracji. Powodzenie pary w teleturnieju zależy oczywiście od tego, na ile uda im się taką sytuację przywołać z pamięci i na ile ich skojarzenia będą tożsame. Para osiągnie sukces w teleturnieju, jeśli odpowiedź na pytanie będzie miała charakter wiedzy wspólnej – informacji, o której obie strony wiedzą, i dodatkowo zdają sobie sprawę z wiedzy swoich partnerów, a ci z kolei – są świadomi zarówno samej kwestii, wiedzy partnerów, jak i faktu, że partnerzy wiedzą o ich wiedzy itd.

Przykład 2. „Oszukać szpiega". A oto kolejny przykład. Jego bohater, będąc na wakacjach, pragnie podać zaufanym kolegom z biura hasło dostępu do swojego służbowego komputera. Jest zarazem wyczulony przez administratora zakładowej sieci komputerowej na niebezpieczeństwo związane z wejściem w posiadanie hasła ze strony nieuprawnionych osób. W rozmowie telefonicznej będzie wówczas udzielał enigmatycznych wskazówek typu: „Miejsce, gdzie spotykam się z klientami poprzedzone inicjałami mojej narzeczonej". Można się spodziewać, że po takich wskazówkach kolegom w pracy uda się niezawodnie wprowadzić odpowiednie hasło do komputera, zaś wczasujący pracownik odłoży słuchawkę, mając pewność, że skutecznie im pomógł. Scenariusz zdarzenia będzie miał opisany powyżej przebieg pod kilkoma warunkami. Po pierwsze, koledzy muszą istotnie wiedzieć, gdzie nieobecny współpracownik spotyka się z klientami i jak nazywa się jego dziewczyna. Po drugie, udzielający wyjaśnień musi mieć podstawy, by dopuszczać tego rodzaju stan wiedzy u swoich kolegów. Po trzecie – koledzy muszą wiedzieć, jakie założenie o ich stanie wiedzy ma nieobecny pracownik. Cała procedura przekazywania hasła dostępu przebiegnie niezawodnie nawet w następującej, dosyć skomplikowanej sytuacji. Pracownik, który jest aktualnie na wakacjach, w istocie rozstał się ze swoją narzeczoną i spotyka się od 2 tygodni z kimś innym, ale nie ujawniał tego dotąd nikomu z pracy. Tymczasem koledzy z pracy odkryli już dawno, że rzekome spotkania z klientami ich współpracownika to fikcja i że tak naprawdę spędza on czas w pobliskim barze, a nie – jak mówi – w swojej ulubionej kawiarni w centrum miasta na rozmowach z kontrahentami.

Przykład 3. „Zagubieni w supermarkecie". Krótko już tylko podam klasyczny przykład pochodzący od Schellinga – w istocie podobny do pierwszego z przytaczanych. Jest to opis sytuacji, gdy (pozbawieni telefonów komórkowych) znajomi zagubili się w centrum handlowym. Ażeby zwiększyć prawdopodobieństwo odnalezienia się, każdy z nich winien się udać do miejsca, o którym sądzi, że pozostali będą zakładać, iż jest to najbardziej naturalna lokalizacja na spotkanie. Innymi słowy – każdy poszukuje nie tylko najbardziej efektywnego – swoim zdaniem – rozwiązania, ale rozwiązania, o którym sądzi, że zostanie obrane przez pozostałych.

Fenomen wiedzy wspólnej zaznacza się w wielu przejawach życia społecznego. W celu komunikacji czy, szerzej, skutecznej koordynacji działań, ludzie potrzebują wzajemnego porozumienia i opierania się na takich samych informacjach wyjściowych.

Warto zauważyć, że jeśli jakaś interakcja między ludźmi kończy się fiaskiem, zazwyczaj bywa to zrzucane na karb niedostatku wspólnej wiedzy pomiędzy uczestnikami. Przykładowo – jeśli pieszy nieoczekiwanie wtargnie na jezdnię na czerwonym świetle, najprawdopodobniej ów niefortunny przechodzień będzie tłumaczył całe zajście przeoczeniem wskazań sygnalizacji, do której stosowali się pozostali uczestnicy ruchu (Halpern, 1995). Tak więc mielibyśmy do czynienia z błędem koordynacji spowodowanym brakiem wiedzy wspólnej pomiędzy pieszym a kierowcami. W nieco bardziej egzotycznym przypadku możemy sobie wyobrazić, że pieszy w ogóle nie rozumiałby znaczenia sygnalizacji ulicznej, przy czym wówczas interpretacja powodu zamieszania byłaby również taka sama – brak oczekiwanej wiedzy wspólnej wśród uczestników sceny.

Na oczywistą użyteczność pojęcia wiedzy wspólnej w procesach rozumienia i komunikacji wskazywali w latach 80. Clark i Marshal (Halpern, 1995). Każda codzienna konwersacja, ażeby mogła spełnić swoją funkcję komunikacyjną, wymaga istnienia pomiędzy rozmawiającymi wiedzy wspólnej. Pytanie: „czy widziałeś ten film, który dziś jest grany w kinie niedaleko naszego domu?” będzie mogło funkcjonować w rozmowie pod warunkiem, że obydwoje interlokutorów wie, o jakim filmie mowa, a dodatkowo każdy z nich będzie zdawał sobie sprawę ze stanu wiedzy tego drugiego i będzie świadom również tego faktu, że każdy wie o wiedzy swojego rozmówcy, etc.

Historia pojęcia i pierwsze systematyczne ujęcia

Termin wiedza wspólna pojawia się obecnie w wielu kontekstach naukowych – począwszy od nauk o języku, poprzez teorię gier, nauki ekonomiczne do socjologii (Chwe, 2001). Pomimo znaczenia i użyteczności pojęcia wiedzy wspólnej, badacze z dziedziny nauk społecznych stosunkowo niedawno zaczęli poświęcać mu swoją uwagę. Można jednak uznać, że pewne podwaliny dla tego terminu stworzył już David Hume w 1740 w swojej pracy *„Traktat o naturze ludzkiej”*. Hume wskazał, że warunkiem koniecznym dla podejmowania skoordynowanych działań jest wzajemna wiedza ludzi, jakich zachowań mogą oczekiwać od siebie nawzajem. Przekonuje on, że przy braku wiedzy wspólnej nie mogłyby funkcjonować konwencje społeczne. Znacznie później, bo w 1953 roku J.E. Littlewood w *„Mathematical Miscellany”* przedstawiał wymowne egzemplifikacje rozumowania zasadzającego się na pojęciu wiedzy wspólnej, nie podając jednak formalnej definicji tego konceptu. Od niego właśnie pochodzą przykłady, które szerzej będą omówione w dalszej części tego artykułu, takie jak opowieść o umorusanych uczestnikach pikniku. W latach 60. późniejsi nobliści: Thomas Schelling – laureat Nagrody Nobla z 2005 roku (wspólnie z Robertem Aumannem), oraz John Harsanyi – laureat z 1994 (wspólnie z Johnem Nashem i Reinhardem Seltenem) wskazywali na konieczność wiedzy wspólnej dla wyjaśnienia sposobu, w jaki ludzie prowadzą wnioskowanie na temat innych, tj. przypisują im konkretne przekonania czy intencje.

Po raz pierwszy pojęcie to pojawiło się w literaturze przedmiotu za sprawą Davida Lewisa w jego pracy z 1969 *„Convention. A Philosopfical study"*. Lewis wskazywał, w pewnym sensie kontynuując myśl Hume'a, że dla zaistnienia konwencji w jakiejś grupie konieczne jest, ażeby to, co tę konwencję stanowi, pozostawało wiedzą wspólną (Halpern, 1995). Lewis użył pojęcia *common knowledge* dla opisania nieskończonego ciągu stwierdzeń „ja wiem, że ty wiesz, że ja wiem, że ty wiesz…". W opisie tym zainspirował się wcześniejszymi pracami Schellinga z 1960 (Fudenberg, Tirole, 1992). Wielu autorów podejmowało kolejne podejścia do definiowania wiedzy wspólnej – m.in. Stephen Schiffer w 1972, Robert Aumann w 1976 czy Jon Barwise w 1988 roku. Większość z tych podejść opiera się na tzw. hierarchicznej definicji wiedzy wspólnej. Jest ona obecnie uznawana za standardową w pracach z dziedziny filozofii i nauk społecznych i dlatego zostanie przedstawiona w niniejszym artykule.

Powszechnie uznany prekursor omawianego pojęcia – Robert Aumann – wsławił się w 1976 roku przedstawieniem (niezależnie od wcześniejszych prac Lewisa i Schiffera) formalnego opisu *common knowledge*. Za jego pomocą Aumann ukazał następnie, że jeśli dwoje ludzi wie tyle samo na temat jakiegoś zdarzenia (czyli dysponuje jednakowymi przesłankami i posiada taki sam aparat analityczny), wówczas, po niezależnym namyśle – o ile tylko będą mieli szansę przedstawić sobie nawzajem i przedyskutować wyciągnięte wnioski – ludzie ci ostatecznie uzgodnią swoje stanowiska na temat tego zdarzenia. Innymi słowy: poznawczo nie zaakceptują rozbieżnych konkluzji *(cannot agree to disagree)* (Halpern, 1995). Twierdzenie to posiada szczególne znaczenie dla nauk ekonomicznych (choć jego konsekwencje są istotne również w codziennym życiu) i zostanie przedstawione w dalszej części tego artykułu. Utrzymujące się zainteresowanie Aumanna koncepcją wiedzy wspólnej zaowocowało – co było wzmiankowane – projektem epistemologii interaktywnej, gdzie odgrywa ono centralną rolę.

Wiedza prywatna, powszechna i wspólna

Jak zatem określić, czym jest wiedza wspólna? Podana w tym miejscu definicja będzie miała charakter dosyć opisowy, ale w dalszej części przedstawione zostaną równoważne definicje zapisane w sposób w pełni formalny. Tak więc, dany fakt ma charakter wiedzy wspólnej w określonym gronie osób, jeśli jest im wszystkim znany i dodatkowo, jeśli każdy wie, że znany jest pozostałym oraz jeśli każdy jest świadom, iż każda inna osoba zdaje sobie sprawę, że inni wiedzą o tym fakcie itd. (np. Geanakopoulos, 1992; Chwe, 2001; Milgrom, 1981; Halpern, 1995). Jest to więc pojęcie przydatne przy rozważaniach nie tyle na temat samej wiedzy (np. indywidualnej), co raczej wiedzy podzielanej w jakimś gronie. Wówczas też staje się użyteczne branie pod uwagę wiedzy grupy osób – stosuje się wówczas zapisy, które umożliwiają oddanie takiego sensu: E_G – „każdy z grupy G wie" oraz C_G – „to jest wiedzą wspólną w gronie osób z G" (Halpern, 1995). Oczywiście, nie wystarczy, aby dwie (lub więcej) osób jednocześnie posiadało jakąś wiedzę, by była ona automatycznie wiedzą wspólną. Wiedza podzielana przez jakieś grono osób nazywana jest wiedzą powszechną E_G *(mutual knowledge)*.

W przykładzie 2. – o zawiłym życiu osobistym i zawodowym urlopującego pracownika, wiedzą powszechną jest fakt jego fikcyjnych spotkań z kontrahentami – zarówno on sam jest tego świadom, jak i jego koledzy, jednak nie wiedzą oni nawzajem o stanie swojej wiedzy. Na przeciwległym biegunie kontinuum wyznaczonego przez wiedzę wspólną znajduje się wiedza prywatna, to jest taka, którą posiada wyłącznie jeden podmiot z rozważanej grupy. W przywoływanym przykładzie byłby to fakt spotkań bohatera z nową narzeczoną.

Wydaje się, że intuicje leżące u podłoża wiedzy wspólnej są dosyć naturalne, a zarazem jest to pojęcie, które poddaje się formalnemu opisowi z wykorzystaniem precyzyjnego aparatu zaczerpniętego z logiki i nauk ścisłych. Warto zatem skupić się na podstawowych podejściach do formalnego opisu wiedzy wspólnej.

Podejście hierarchiczne w formalnym opisie wiedzy wspólnej

Choć podejście hierarchiczne *(the hierarchial account)* – jak było wspomniane wyżej – stanowi standardowy sposób myślenia o wiedzy wspólnej, to jednak wcale niełatwo o jego formalny zapis, który jednocześnie byłby wystarczająco czytelny, a zarazem oddawał pełne znaczenie definiowanego pojęcia. Monderer i Samet w 1988 oraz Binmore i Brandenburger w 1989 pokusili się o elegancką definicję wiedzy wspólnej, wykorzystując pojęcia z dziedziny teorii zbiorów (Vanderschraaf, Sillari, 2005). Ich definicja jest logicznie tożsama z opisową definicją *common knowledge* Lewisa i Shiffera: „i wie, że j wie, że… k wie, że A"[1].

W swoich analizach autorzy operują pojęciem Ω – przestrzeni możliwych stanów świata, którego elementy to możliwe stany świata. Przyjmują, że zdarzenia to – z formalnego punktu widzenia – podzbiory przestrzeni możliwych stanów świata. Podejście to jest obecnie powszechne w logice i filozofii, a jego niewątpliwym atutem jest stosunkowa łatwość, z jaką poddaje się formalnym zapisom.

W przestrzeni możliwych stanów można wyróżnić konkretny element – stan świata $\omega_\alpha \in \Omega$ jako rzeczywisty stan świata, a wówczas powiemy, że zdarzenie A zachodzi, ma miejsce (lub jest prawdziwe) w Ω, jeżeli wśród jego elementów jest rzeczywisty

[1] Oczywiście, nie wszystkie spośród podmiotów i, j... k muszą być różne. W szczególności wiedza wspólna może się konstytuować pomiędzy dwoma podmiotami: A wie, że B wie, że A wie, że B wie… że X.

stan świata: $\omega_\alpha \in$ A. Bardziej ogólnie mówimy, że zdarzenie A zachodzi / jest prawdziwe w danym stanie świata $\omega \in \Omega$, jeśli $\omega \in$ A.

Dla przybliżenia intuicji możliwych stanów świata warto uciec się do uproszczonego przykładu.

Przykład 4. „Rozgardiasz w pokoju". Dajmy na to, że jakiś przedmiot znajduje się w pokoju, przy czym możliwych jest jego 10 położeń. Oczywiście, tylko jedno z nich jest faktyczne, przyjmijmy, że ω_5. A zatem $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5, \omega_6, \omega_7, \omega_8, \omega_9, \omega_{10}\}$, gdzie ω_i oznacza możliwe lokalizacje przedmiotu. Poszczególne zdarzenia mogą być opisane jako np. „przedmiot jest na podłodze", „przedmiot jest na stole", „przedmiot jest przykryty gazetą" itd. Zdarzenia oczywiście nie muszą być rozłączne, a zapisać je można jako: P = $\{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4\}$ – cztery możliwe lokalizacje na podłodze, S = $\{\omega_5, \omega_6, \omega_7, \omega_8, \omega_9\}$ – pięć możliwych na stole, czy G = $\{\omega_1, \omega_2, \omega_5, \omega_{10}\}$ – cztery możliwe miejsca pod gazetą, z czego dwa znajdują się na podłodze, a jedno na stole. W niniejszym przykładzie zdarzenia prawdziwe to zdarzenia S i G, jako że $\omega_5 \in$ S i $\omega_5 \in$ G. Gdyby faktyczną lokalizacją przedmiotu było ω_3, wówczas prawdziwe byłoby wyłącznie zdarzenie P (P jest prawdziwe w ω_3).

Dla dalszego wywodu konieczne będzie wprowadzenie pojęcia wiedzy danego podmiotu. To, co podmiot wie o możliwych stanach świata, będzie zapisywane formalnie za pomocą operatora wiedzy $\mathbf{K}_i$. Dla danego zdarzenia A $\subseteq \Omega$, $\mathbf{K}_i(A)$ oznacza zbiór możliwych stanów świata, w których podmiot *i* wie, że zdarzenie A jest prawdziwe. $\mathbf{K}_i(A)$ oznacza, że „podmiot *i* wie, że zdarzenie A jest prawdziwe" lub krócej „*i* wie, że A" (Vanderschraaf, Sillari, 2005).

Chociaż nie będziemy się w tym miejscu na tym koncentrować, warto wspomnieć, że z pojęciem wiedzy wiąże się paradoks, który – w uproszczeniu – polega na postulowaniu „omnipotencji poznawczej" (*logical omniscience problem*). Polega ona na założeniu o perfekcyjnych zdolnościach poznawczych ze strony podmiotu. A zatem każdy, o ile tylko dysponowałby zestawem podstawowych informacji, powinien być w stanie wyprowadzić dowolnie skomplikowane, logiczne wnioski – np. podstawowa wiedza algebraiczna winna dowolnemu adeptowi tej dziedziny matematyki wystarczyć do udowodnienia twierdzenia Fermata. Na tej podstawie zwraca się uwagę na ograniczenia w stosowaniu modeli opartych na koncepcji możliwych stanów świata. Model ten nie uwzględnia ludzkich ograniczonych zasobów poznawczych, podczas gdy każdy rzeczywisty system posiada *de facto* limit zasobów (Wooldridge, Jennings, 1995).

Przydatnymi pojęciami w formalnej analizie wiedzy są pojęcia zbioru możliwości i prywatnego systemu informacyjnego (Vanderschraaf, Sillari, 2005).

Definicja 1. Zbiór możliwości podmiotu.

Zbiór możliwości podmiotu i (w stanie świata ω należącym do Ω) jest to najmniejszy zbiór możliwych stanów świata, o których podmiot i myśli, że mogą być równie dobrze prawdziwe jak ω, czyli są nieróżnicowalne z punktu widzenia podmiotu i.

$$\mathcal{H}_i(\omega) \equiv \cap \{ E \mid \omega \text{ należy do } \mathbf{K}_i(E) \}$$

Definicja 2. Prywatny system informacyjny

Rodzina $\mathcal{H}_i$ zbiorów $\mathcal{H}_i(\omega)$, $\omega \in \Omega$ jest prywatnym systemem informacyjnym podmiotu i.

Posługując się przykładem 4. $\mathcal{H}_i(\omega_1) = \{\omega_1, \omega_2\}$ – lokalizacje na podłodze i jednocześnie pod gazetą.

$\mathcal{H}_i(\omega)$ jest częścią wspólną wszystkich zdarzeń, o których i wie w ω, $\mathcal{H}_i(\omega)$ jest więc najmniejszym zdarzeniem z Ω, o którym podmiot i wie. Mówiąc innymi słowami, $\mathcal{H}_i(\omega)$ jest najbardziej specyficzną informacją, jaką i ma na temat możliwego stanu świata ω (w naszym przykładzie: położenie opisane dwoma parametrami – podłoga i gazeta).

Intuicja, która leży u podłoża pojęcia prywatnego systemu informacyjnego, jest następująca. Podmiot i może nie być w stanie spostrzegać albo przyswoić wszystkich szczegółów rzeczywistości, w której się obraca, ale jednak pewne zasadnicze fakty o rzeczywistości są mu natychmiastowo dostępne. Elementami systemu informacyjnego podmiotu i jest to, co podmiot bezpośrednio różnicuje w otaczającym świecie (Vanderschraaf, Sillari, 2005). Odwołując się raz jeszcze do przykładu 4. z przedmiotem porzuconym w pokoju, na prywatny system informacyjny składa się pięć następujących zdarzeń opisujących lokalizacje owego rekwizytu: (1) na stole pod gazetą, (2) na podłodze pod gazetą, (3) pod gazetą, ale ani na stole, ani na podłodze, (4) na stole, bez styczności z gazetą i (5) na podłodze, również bez związku z gazetą.

Mając do dyspozycji pojęcie zbioru możliwości, w następujący sposób można pokazać związek pomiędzy wiedzą podmiotu a zbiorem możliwości (Vanderschraaf, Sillari, 2005).

Stwierdzenie

$$\mathbf{K}_i(A) = \{\omega \mid \mathcal{H}_i(\omega) \subseteq A\}$$

Zbiór możliwych stanów świata, w których i wie, że A jest prawdziwe, to te wszystkie stany świata, o których najbardziej specyficzne informacje zawierają się w A.

W wielu formalnych podejściach do wiedzy pojęcie zbioru możliwości jest traktowane jako pierwotne, a powyższe stwierdzenie jest przywoływane jako definicja wiedzy.

Dla lepszego zobrazowania, zbiór możliwości podmiotu *i* bywa traktowany jako podział (rozbicie, partycja) zbioru Ω i w tym przypadku $\mathcal{H}_i$ jest określane jako prywatny podział informacji *(private information partition)*. Ten właśnie sposób ilustrowania pojęcia zbioru możliwości będzie wykorzystany w poniższym, klasycznym przykładzie[2].

Przykład 5. „Brudne twarze". Bohaterami są uczestnicy pikniku, którzy w „polowych" warunkach raczą się grillowanymi potrawami suto polanymi sosem. Przyjmijmy, że były to osoby o kryptonimach: J1, J2 i J3. Uczestnicy przyjęcia z apetytem konsumują swoje dania, a w którymś momencie kucharz oznajmia (to nieco nienaturalne, ale konieczne na potrzeby tego przykładu), że co najmniej jedna spośród tych trzech osób jest ubrudzona na twarzy sosem barbecue. Oczywiście czyni tak tylko w przypadku, gdy rzeczywiście ktoś się ubrudził – jeśli nikogo to nie spotkało, po prostu nie mówi nic.

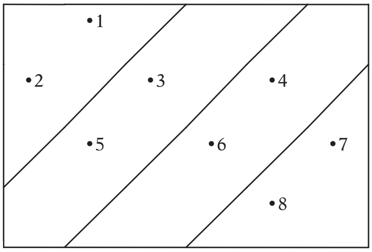
A zatem mają miejsce następujące możliwe stany rzeczy:

	ω_1	ω_2	ω_3	ω_4	ω_5	ω_6	ω_7	ω_8
J1	C	B	C	C	B	B	C	B
J2	C	C	B	C	B	C	B	B
J3	C	C	C	B	C	B	B	B

gdzie C – oznacza, że dana osoba jest czysta, a B – że ubrudzona na twarzy

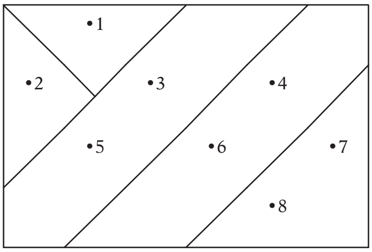
Każdy z uczestników przyjęcia widzi, czy inni są ubrudzeni, ale nie wie tego o sobie. Wyeliminujmy na początek osobę kucharza z naszego przykładu – załóżmy, że niezależnie od sytuacji nie wtrąca się on do swoich gości. Wówczas żadna z osób nie ma szansy na poznanie prawdziwego stanu rzeczy, jakikolwiek on by nie był. Jednak każda z nich jest w stanie stwierdzić a priori, jakie zdarzenia są prawdziwe w poszczególnych możliwych stanach świata. Przykładowo, w ω_1, ω_2, ω_4 i ω_6 prawdziwe jest zdarzenie: „J2 ma czystą twarz". Posługując się dalej niniejszym przykładem, system informacji osoby J1 można zilustrować na poniższym schemacie. Poszczególne cyfry odpowiadają indeksom możliwych stanów świata ω. Prywatny system informacyjny osoby J1 stanowi podział $\mathcal{H}_i$ zbioru Ω, definiowany jako: $\mathcal{H}_i = \{H_{CC}, H_{CM}, H_{MC}, H_{MM}\}$.

[2] Jest to przykład wywodzący się z pracy Littlewooda z 1953 r.



Gdzie $H_{CC} = \{\omega_1, \omega_2\}$ (J2 i J3 są obydwoje czyści), $H_{CM} = \{\omega_4, \omega_6\}$ (osoba J2 jest czysta, a J3 – ubrudzona), $H_{MC} = \{\omega_3, \omega_5\}$ (osoba J2 jest ubrudzona a J3 – czysta), $H_{MM} = \{\omega_7, \omega_8\}$ (J2 i J3 są oboje ubrudzeni). Osoba J1 jest oczywiście w stanie od razu stwierdzić, widząc twarze pozostałych uczestników sceny, który z elementów rozbicia $\mathcal{H}_1$ odzwierciedla faktyczny stan rzeczy, ale nie będzie w stanie powiedzieć, jaki ów stan faktyczny naprawdę jest, tzn. nie potrafi zróżnicować pomiędzy stanami w obrębie jednego elementu podziału.

Załóżmy teraz, że włączamy do gry osobę kucharza zgodnie z pierwotnym scenariuszem (tj. informuje on gości o fakcie ubrudzenia się przez co najmniej jedną osobę z towarzystwa, o ile taki stan rzeczy będzie miał miejsce). Wówczas system informacyjny osoby J1 może być zilustrowany następująco:



W tym przypadku system informacyjny J1 jest podziałem $\mathcal{H}_1$ zbioru Ω zdefiniowanym jako $\mathcal{H}_1 = \{H_{CCC}, H_{MCC}, H_{CM}, H_{MC}, H_{MM}\}$, gdzie $H_{CCC} = \{\omega_1\}$ (J2, J3 oraz J1 są czyści), $H_{MCC} = \{\omega_2\}$ (J1 i J2 są czyści, ale osoba J1 jest brudna), $H_{CM} = \{\omega_4, \omega_6\}$ (osoba J2 jest czysta, a J3 – brudna), $H_{MC} = \{\omega_3, \omega_5\}$ (J2 jest brudna i J3 jest czysta), $H_{MM} = \{\omega_7, \omega_8\}$ (J2 i J3 – oboje brudni). System informacyjny osoby J1 jest uszczegółowieniem podziału, którym dysponowała w przypadku, gdy nie było mowy o tym, że ktokolwiek przy stole jest brudny. Co więcej, teraz podmiot J1 w dwóch przypadkach będzie mógł trafnie zidentyfikować faktyczny stan rzeczy: widząc swoich towarzyszy czystych przy braku reakcji kucharza (= wszyscy są czyści) oraz w tym samym przypadku, słysząc jego uwagę (= tylko ja jestem brudny).

Poniższa definicja w sposób indukcyjny wprowadza pojęcie wiedzy powszechnej a następnie – wspólnej (Vanderschraaf, Sillari, 2005).

Definicja 3. Wiedza powszechna i wiedza wspólna

Niech Ω będzie zbiorem mozliwych stanów świata, a N – zbiorem podmiotów.

1. A jest *wiedzą powszechną (pierwszego stopnia, lub z pierwszego poziomu) dla podmiotów ze zbioru N*, co zapisujemy jako $\mathbf{K}^1{}_N(A)$ i definiujemy jako

$$\mathbf{K}_1{}^N(A) \equiv \bigcap_{i \in N} \mathbf{K}_i(A).$$

2. A jest *m-tego poziomu* (lub *m-tego stopnia*) *wiedzą powszechną wśród podmiotów ze zbioru N*, co zapisujemy jako $\mathbf{K}^m{}_N(A)$ i definiujemy rekurencyjnie jako zbiór

$$\mathbf{K}^m{}_N(A) \equiv \bigcap_{i \in N} \mathbf{K}_i(\mathbf{K}^{m-1}{}_N(A)).$$

3. A jest *wiedzą wspólną* wśród podmiotów należących do N, co zapisujemy jako $\mathbf{K}^*{}_N(A)$, i definiujemy jako zbiór

$$\mathbf{K}^*{}_N(A) \equiv \bigcap_{m=1}^{\infty} \mathbf{K}^m{}_N(A).$$

Dysponując podanymi powyżej terminami, można przejść do twierdzenia o równoważnym charakterze powyższej definicji wiedzy wspólnej z hierarchicznym ciągiem „i wie, że j wie, że k wie, ..., że A" (Vanderschraaf, Sillari, 2005).

Stwierdzenie 2

$\omega \in \mathbf{K}^m{}_N(A)$ wtedy i tylko wtedy, gdy

(1) Dla wszystkich podmiotów $i_1, i_2, \dots, i_m$ należących do N, $\omega \in \mathbf{K}_{i1}\mathbf{K}_{i2} \dots \mathbf{K}_{im}(A)$

Stąd, $\omega \in \mathbf{K}^*{}_N(A)$ wtedy i tylko wtedy, gdy (1) ma miejsce dla każdego $m \geq 1$.

Warunek, że ω należy do $\mathbf{K}_{i1}\mathbf{K}_{i2} \dots \mathbf{K}_{im}(A)$ dla każdego $m \geq 1$ i dla wszystkich i_1, i_2, ..., i_m należących do N jest definicją wiedzy wspólnej Schiffera, która jest powszechnie podawana w literaturze jako definicja wiedzy wspólnej.

Podejście Aumanna

Aumann w swojej pracy z 1976 podaje charakterystykę wiedzy wspólnej, która pozwala na podanie algorytmu dla identyfikowania, jakie informacje stanowią wiedzę wspólną. Oryginalne podejście Aumanna zakłada, że zbiór możliwości każdego z podmiotów wyznacza prywatny podział informacji *(private information partition)* przestrzeni Ω – możliwych stanów świata.

Jeśli wiedza podmiotów jest reprezentowana przez elementy podziałów, kluczowym pojęciem dla wiedzy wspólnej podmiotów jest pojęcie $\mathcal{M}(\omega)$ – przecięcie podziałów (Vanderschraaf, Sillari, 2005).

Definicja 4. Najdrobniejszy wspólny zgrubny podział.

Przecięcie $\mathcal{M}$ podziałów $\mathcal{H}_i$, $i \in N$, jest najdrobniejszym wspólnym zgrubnym podziałem *(finest common coarsening)*. Dokładniej, dla każdego $\omega \in \Omega$, jeśli $\mathcal{M}(\omega)$ jest elementem zawierającym ω, wówczas:

i. $\mathcal{H}_i(\omega) \subseteq \mathcal{M}(\omega)$ dla każdego $i \in N$, oraz

ii. Dla każdego innego $\mathcal{M}'$ spełniającego (i), $\mathcal{M}(\omega) \subseteq \mathcal{M}'(\omega)$.

Sposobem na znalezienie przecięcia $\mathcal{M}$ podziałów $\mathcal{H}_i$, $i \in N$ może być posłużenie się terminem „osiągalności”.

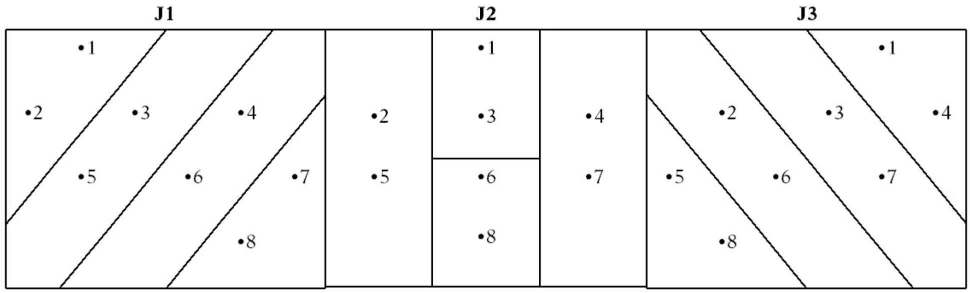
Definicja 5. Osiągalności stanów wiedzy.

Stan $\omega' \in \Omega$ jest osiągalny z $\omega \in \Omega$ wtedy i tylko wtedy, gdy istnieje ciąg $\omega = \omega_0, \omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_m = \omega'$, taki że dla kazdego $k \in \{0,1, \ldots, m\text{-}1\}$, istnieje podmiot $i_k \in N$, taki że $\mathcal{H}_{ik}(\omega_k) = \mathcal{H}_{ik}(\omega_{k+1})$.

Oznacza to, że stan ω' jest osiągalny z ω, jeśli istnieje sekwencja lub „łańcuch” stanów od ω do ω' takich, że dwa następujące po sobie stany znajdują się w tym samym elemencie rozbicia prywatnego podziału informacji któregoś z podmiotów. Dla zilustrowania terminy osiągalności można posłużyć się raz jeszcze Przykładem 5. z plenerowym przyjęciem przy grillu. Załóżmy, że uczestnikom pikniku: J1, J2 i J3 nie zwrócono uwagi, jakoby ktoś z nich ubrudził się w trakcie jedzenia. Ich elementy podziału informacji są ukazane na rysunku na str 17.

Można sobie łatwo uzmysłowić istotę zjawiska osiągalności w następujący sposób. Fakt, że ω' jest osiągalny z ω, oznacza, że jeśli ω zachodzi, wówczas któraś z osób może wnioskować, że ktoś inny myśli, że ω' jest możliwe. Patrząc na powyższy rysunek, jeśli przyjąć $\omega' = \omega_1$ ma miejsce, wówczas osoba J1 (która nie potrafi różnicować pomiędzy $\{\omega_1, \omega_2\}$) zdaje sobie sprawę, że J2 myśli, że ω_5 mogło zaistnieć (nawet jeśli J1 wie, że ω_5 nie ma faktycznie miejsca). A zatem J1 nie może wykluczyć możliwości, że J2 myśli, że J3 myśli, że ω_8 mogło mieć miejsce. Podobnie J1 nie może wykluczyć ewentualności, że J2 myśli, iż J3 uważa, że J1 wierzy, że możliwe jest ω_7. W tym sensie można powiedzieć, że ω_7 jest osiągalne z ω_1. Łańcuch kolejnych stanów rzeczy, który to ustanawia to: $\omega_1, \omega_2, \omega_5, \omega_8, \omega_7$, jako że $\mathcal{H}_1(\omega_1) = \mathcal{H}_1(\omega_2)$, $\mathcal{H}_2(\omega_2) = \mathcal{H}_2(\omega_5)$, $\mathcal{H}_3(\omega_5) = \mathcal{H}_3(\omega_8)$, i $\mathcal{H}_1(\omega_8) = \mathcal{H}_1(\omega_7)$.

Prywatny podział informacji:



Warto zauważyć, że w podobny sposób można w tym przykładzie wskazać osiągalność dowolnych dwóch stanów. Przykład 5. ilustruje również następujący wniosek:

Stwierdzenie 3

ω' jest osiągalny z ω wtedy i tylko wtedy, jeśli istnieje ciąg $i_1, i_2, \dots, i_m \in N$ taki, że

$$\omega' \in \mathcal{H}_{im}(\dots (\mathcal{H}_{i2}(\mathcal{H}_{i1}(\omega))))$$

Można ten warunek odczytać jako: „W stanie świata ω, i_1 myśli, że i_2 myśli, że … , i_m myśli, że ω' jest możliwe”.

Innym sposobem na przybliżenie pojęcia $\mathcal{M}$ najdrobniejszego wspólnego zgrubnego podziału jest – w miejsce odwoływania się do terminu osiągalności, posłużenie się pojęciem zdarzenia samo-ewidentnego *(self evident)*.

Definicja 6. Zdarzenie samo-ewidentne.

Zdarzenie $E \subseteq \Omega$ jest samo-ewidentne dla podmiotu *i*, jeśli dla każdego $\omega \in E$, $K_i(\omega) \subseteq E$, czyli zdarzenie E nie może zaistnieć bez wiedzy podmiotu *i*.

Można zauważyć, że zdarzenie jest samo-ewidentne dla *i* wtedy i tylko wtedy, jeśli jest sumą elementów podziału prywatnego systemu informacyjnego podmiotu *i*. W tej sytuacji $\mathcal{M}(\omega)$ może zostać opisane jako najmniejszy zbiór zawierający ω, który jest jednocześnie samo-ewidentny dla każdego podmiotu $i \in P$ (Geanakopoulos, 1992). Poniżej przedstawiona jest interpretacja graficzna – podział 10-elementowego zbioru Ω, reprezentowanego w postaci odcinka [1, 10]. Podział $\mathcal{M}$ jest więc najdrobniejszym podziałem, na podzbiory będące sumami elementów (= odcinków) z podziałów obydwu podmiotów. Jeśli przyjmiemy, że $\omega = 2$, wówczas $\mathcal{M}(\omega)$ jest odcinkiem [1, 5]

<table>
<tr><th></th><th></th><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th><th>5</th><th>6</th><th>7</th><th>8</th><th>9</th><th>10</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Prywatny podział informacji</td><td>Podmiot i</td><td></td><td colspan="4">ω</td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td></td></tr>
<tr><td>Podmiot j</td><td colspan="3">ω</td><td></td><td></td><td></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td colspan="2">$\mathcal{M}$</td><td colspan="5">ω</td><td colspan="5"></td></tr>
</table>

Przejdźmy do sformułowania zasadniczego stwierdzenia Aumanna

Stwierdzenie 4 (Aumann, 1976)

Niech $\mathcal{M}$ będzie przecięciem podziałów $\mathcal{H}_i$ dla wszystkich podmiotów $i \in N$. Zdarzenie $E \subseteq \Omega$ jest wiedzą wspolną dla podmiotów z populacji N w ω wtedy i tylko wtedy, gdy $\mathcal{M}(\omega) \subseteq E$.

Twierdzenie o braku zgody na rozbieżność sądów (*No Disagreement Theorem*)

Twierdzeniu, które zostanie poniżej omówione, Robert Aumann zawdzięcza swoją renomę prekursora, który wprowadził termin wiedzy wspólnej do grona pojęć aktywnie wykorzystywanych we współczesnych naukach społecznych. Twierdzenie to jest doskonałą ilustracją myślenia o pojęciu *common knowledge* i o jego implikacjach. Formalne sformułowanie twierdzenia zostanie poprzedzone przykładem.

Przykład 6. „Policyjne dochodzenie". Wyobraźmy sobie dwóch policyjnych detektywów szkolonych w tej samej akademii. Obydwaj dysponują więc takimi samymi, precyzyjnymi zasadami prowadzenia dochodzenia i regułami wnioskowania na podstawie dostępnych wskazówek.

Obydwaj detektywi otrzymali – niezależnie od siebie – polecenie prowadzenia śledztwa w sprawie popełnionego morderstwa. Zostali zobowiązani do indywidualnej pracy i do nieudzielania sobie nawzajem żadnych informacji na temat prowadzonego dochodzenia. Detektywi podjęli swoje czynności w dwóch różnych punktach miasta. Nieoczekiwanie zwierzchnicy zawezwali obu śledczych z poleceniem wskazania, kto jest ich podejrzanym. Tymczasem żadnemu z nich nie udało się doprowadzić dochodzenia do końca i każdy zebrał inne, niepełne jeszcze dowody. Detektywi spotkali się po drodze na spotkaniu z przełożonymi. Pamiętając o swoich zobowiązaniach, nie dzielą się ani jednym ze swoich dowodów czy nawet przesłanek, które ich naprowadziły na dany tok rozumowania. Tym niemniej wyjawiają sobie nawzajem nazwiska podejrzanych, których planują aresztować. Nawiązuje się między nimi ożywiona konwersacja, niewykraczająca jednak poza żonglowanie kolejnymi nazwiskami podejrzanych. Rozmowa mogłaby odbywać się według następującego schematu:

I: Planuję aresztować X.

II: Ja planuję aresztować Y.

I: Skoro ty dochodzisz do wniosku, że trzeba aresztować Y, to w świetle tego, co ja wiem, uważam, że trzeba zamknąć Z.

II: Skoro początkowo uznałeś, że podejrzanym jest X, a po mojej informacji o Y skłaniasz się ku Z, to ja planuję aresztowanie Q.

I: itd...

II: itd...

Jeśli detektywi będą ze sobą dostatecznie długo rozmawiać, podając sobie nawzajem kolejne „kandydatury" podejrzanych – ostatecznie obydwaj wskażą tego samego sprawcę na spotkaniu z przełożonymi. Stanie się tak nawet, jeśli każdy z nich w inny sposób byłby w stanie uzasadniać swój wybór – podawać inne dowody i wskazywać odmienny tok rozumowania.

Powyższy przykład ilustruje treść twierdzenia Aumanna o braku zgody [na rozbieżność wniosków] *(no disagreement theorem)*.

Udowodnieniu tego twierdzenia przez Aumanna w 1976 pierwotnie służyła wprowadzona przez tego autora definicja wiedzy wspólnej. Jest to słynne twierdzenie, które mówi w sensie dosłownym, że optymalnie wnioskujący ludzie nie zaakceptują poznawczo rozbieżności swoich wniosków (*„agree to disagree")*, o ile tylko w punkcie wyjścia dla swojego rozumowania, dysponowali takimi samymi, tj. wspólnymi informacjami.

Twierdzenie Aumanna mówi, pomimo że ludzie w swoim rozumowaniu kierują się niezależnymi przesłankami, to posiadanie wiedzy wspólnej o wyciągniętych wnioskach, a dodatkowo wiedza o sposobie rozumowania każdego z podmiotów sprawiają, że ich ostateczne konkluzje nie mogą się różnić!

Jak jednak wiadomo, ludzie w codziennym życiu często uporczywie i świadomie utrzymują rozbieżne opinie. Na taki zarzut Aumann wysuwa natychmiastowy argument, że przyczyn takiego stanu rzeczy należałoby szukać w posiadaniu przez podmioty nieznanych wzajemnie zbiorów informacji prywatnych (Vanderschraaf, Sillari, 2005). W terminach przytaczanego powyżej przykładu byłoby to zaniedbanie warunku o wspólnym zapleczu akademickim detektywów. Do kwestii rozbieżności pomiędzy codziennym doświadczeniem a rzeczywistością odmalowywaną przez Aumanna w jego twierdzeniu, zostanie nieco szerzej nawiązane w końcowej części artykułu.

Poniżej omawiane stwierdzenie w swoim formalnym brzmieniu.

Stwierdzenie 5 (Aumann, 1976)

Niech Ω będzie skonczonym zbiorem możliwych stanów świata. Załóżmy, że:

i. Podmioty i oraz j dysponują wspólnym rozkładem prawdopodobieństwa a priori $\mu(\cdot)$ co do zdarzeń z Ω takim, ze $\mu(\omega) > 0$, dla każdego $\omega \in \Omega$, i

ii. Jest wiedzą wspólną w ω, że podmiot i przypisuje zdarzeniu E prawdopodobieństwo, a posteriori $q_i(E)$ i że podmiot j przypisuje mu prawdopodobieństwo $q_j(E)$.

Wówczas $q_i(E) = q_j(E)$.

W artykule z 1978 Aumann odnotowuje, że jego rezultat implicite zakłada, że podmioty posiadają wiedzę wspólną na temat swoich wzajemnych podziałów, jako że opis każdego możliwego stanu świata zawiera opis zbiorów możliwości podmiotu *(possibility sets)*. Oraz – oczywiście – rezultat ten zależy w sposób kluczowy od warunku (i), który jest znany jako warunek wspólnych założeń a priori *(common prior assumption – CPA)*.

Twierdzenie Aumanna doczekało się licznych przywołań w literaturze. Jednak wszystkie rezultaty dowodzące braku zgody na rozbieżność wniosków *(„no disagreement" results)* niosą ze sobą tę samą filozoficzną zagadkę, z którą wiązało się oryginalne twierdzenie Aumanna: Jak wytłumaczyć powszechnie spotykane różnice przekonań?

W myśl twierdzenia Aumanna możliwe są dwa rodzaje odpowiedzi: albo (1) przyznać, że na pewnym poziomie wiedza wspólna na temat przekonań podmiotów lub na temat ich formowania zawodzi, bądź (2) poddać w wątpliwość CPA (Vanderschraaf, Sillari, 2005).

Skupmy się zatem najpierw na pierwszej z powyższych możliwości – tj. niedostatkom w funkcjonowaniu i formowaniu się wiedzy wspólnej. Poniżej kilka możliwych egzemplifikacji takiego stanu rzeczy.

Warto np. zauważyć, że ludzie w świecie rzeczywistym zazwyczaj nie wyrażają swoich opinii w kategoriach prawdopodobieństwa. Jeśli jedna osoba oznajmi „Wydaje mi się, że zachodzi E", podczas gdy druga powie „Wątpię, żeby E miało miejsce", mogą oni przypisać swoje rozbieżne opinie brakowi wiedzy wspólnej na temat faktycznych wniosków o E.

Ale nawet gdy osoby precyzyjnie zakomunikują sobie wnioski na temat zdarzenia, Aumann zauważa, że jeśli będą dysponować jedynie wiedzą powszechną pierwszego stopnia, będą w stanie zaakceptować rozbieżność swoich stanowisk *(agree to disagree)*. Zostanie to zilustrowane na uproszczonym modelu (Vanderschraaf, Sillari, 2005).

Przypuśćmy, że mamy: $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4\}$, $\mathcal{H}_1 = \{\{\omega_1, \omega_2\}, \{\omega_3, \omega_4\}\}$, $\mathcal{H}_2 = \{\{\omega_1, \omega_2, \omega_3\}, \{\omega_4\}\}$, $\mu(\omega_i) = 1/4$. Wówczas, jeśli $E = \{\omega_1, \omega_4\}$, wówczas w ω_1, mamy: $q_1(E) = \mu(E \mid \{\omega_1, \omega_2\}) = 1/2$, i $q_2(E) = \mu(E \mid \{\omega_1, \omega_2, \omega_3\}) = 1/3$.

		1	2	3	4
Prywatny podział informacji	$\mathcal{H}_1$	ω		ω	
	$\mathcal{H}_2$	ω		ω	

Co więcej, $\omega = \omega_1$, podmiot 1 wie, że $\mathcal{H}_2(\omega) = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3\}$, tak więc wie, że $q_2(E) = 1/3$. Podmiot 2 wie w ω_1, że albo $\mathcal{H}_1(\omega) = \{\omega_1, \omega_2\}$ albo $\mathcal{H}_1(\omega) = \{\omega_3, \omega_4\}$, tak więc za każdym razem wie, że $q_1(E) = 1/2$. Stąd konkluzje podmiotów są im nawzajem znane, chociaż nie są one takie same. Powodem tego stanu rzeczy jest fakt, że owe wnioski nie stanowią wiedzy wspólnej. Ponieważ podmiot 2 nie wie, co podmiot 1 myśli o $q_2(E)$, jeśli $\omega = \omega_3$, nie wpływa to na przekonania podmiotu 2 o $q_1(E)$, ale podmiot 1 będzie uważał, że $q_2(E) = 1/3$ z prawdopodobieństwem 1/2 (jeśli $\omega = \omega_3$) i $q_2(E) = 1$ z prawdopodobieństwem 1/2 (jeśli $\omega = \omega_4$).

Twierdzenie Aumanna nie opisze poprawnie rzeczywistości również wtedy, gdy wiedza o posiadanych przez podmioty podziałach nie jest wiedzą wspólną (Vanderschraaf, Sillari, 2005). Przypuśćmy, że w powyższym przykładzie podmioty nie znają swoich podziałów. Wówczas w $\omega = \omega_1$, przy założeniu, że ich konkluzje są wiedzą wspólną, podmiot 1, który wie, że $\omega \in \{\omega_1, \omega_2\}$, może tłumaczyć wniosek podmiotu 2 jako rezultat $\{\omega_1, \omega_2, \omega_3\}$, $\{\omega_1, \omega_2, \omega_4\}$, $\{\omega_1, \omega_3, \omega_4\}$ lub $\{\omega_2, \omega_3, \omega_4\}$.

Inna sytuacja, w której twierdzenie Aumanna zawodzi, to taka, w której podmioty nie posiadają wiedzy wspólnej odnośnie faktu, że wszyscy uaktualniają swoje przekonania na drodze obliczania prawdopodobieństwa warunkowego zgodnie ze wzorem Bayesa[3]: Wówczas podmioty mogą próbować wyjaśniać rozbieżności w swoich opiniach jako rezultat niewłaściwego modyfikowanie przekonań przez tę drugą osobę.

Mają jednak miejsce przypadki, w których żadna z powyższych interpretacji nie wyjaśnia faktów zgoła przeciwnych do tezy Aumanna. Przykładowo, obstawiając, czyli robiąc zakłady różne osoby publicznie oznajmiają odmienne prawdopodobieństwa dla zdarzenia będącego przedmiotem spekulacji, takiego np. jak zwycięstwo konkretnego kandydata do jakiejś nagrody lub stanowiska czy konkretny wynik meczu i zdają sobie sprawę, że nikt nie może posiadać faktycznej wiedzy odnośnie tego zdarzenia.

3 $P(T/X) = \dfrac{P(T)P(X/T)}{P(X)}$ Wzór ten w interpretacji subiektywistycznej jest twierdzeniem wręcz podstawowym. Otóż niech X będzie pewnym zdarzeniem, T zaś pewną teorią.

W tej sytuacji wiedzą wspólną w gronie tych ludzi jest to, że wszyscy oni mają tę samą strukturę informacji oraz posiadają wiedzę wspólną na temat swoich wniosków, czyli typów. Dodatkowo zdając sobie sprawę, że wszyscy są kompetentnymi graczami, posiadają wiedzę wspólną, iż modyfikują swoje wnioskowanie zgodnie z zasadą prawdopodobieństwa warunkowego Bayesa. A jednak rozbieżne przekonania (hipotezy) są na porządku dziennym, co pozostaje sprzeczne z twierdzeniem Aumanna.

A zatem poszukiwanie przyczyn rozbieżności pomiędzy obserwowalną rzeczywistością i tym, o czym mówi twierdzenie Aumanna w niedostatkach wiedzy wspólnej lub zakłóceniach w procesie jej formułowania, wydaje się posunięciem jedynie doraźnie tłumaczącym pewne konkretne przypadki.

Co zatem z drugą opcją, tj. poddaniem w wątpliwość CPA[4]? Główna teza wysuwana na rzecz CPA jest następująca. Wszystkie różnice w ludzkich przekonaniach to wyłącznie wynik posiadania przez ludzi różnych informacji. Wokół CPA wciąż jednak mnóstwo jest nierozstrzygniętych kontrowersji, jako że brak jednoznacznego dowodu na to, że ludzie mogą w zupełności podzielać swoje przesłanki *(prior probabilities)*.

Niezależnie od powyższego, wynik *„no disagreement"* posiada nader interesujące implikacje dla użyteczności pojęcia wiedzy wspólnej i badania podstawowej natury prawdopodobieństwa. Obrońcy CPA podzielają tzw. obiektywną wizję prawdopodobieństwa i wynik *„no disagreement"* oddaje przekonanie, że wiedza wspólna na temat ludzkich przekonań i tego, jak są formowane, jest wyjątkowym zjawiskiem w świecie. Ci zaś, którzy są gotowi poddać w wątpliwość CPA dopuszczają subiektywną koncepcję prawdopodobieństwa. Przyjmują pogląd, że wiedza wspólna na temat ludzkich przekonań i tego, jak się kształtują, może być zjawiskiem powszechnym, a obserwowalne różnice w opiniach mogą wywodzić się z różnic w subiektywnie traktowanych przesłankach *(prior probabilities)*.

Wydaje się zatem, że brak jest jednoznacznego, systemowego rozstrzygnięcia, dlaczego w wielu przypadkach ludzie nie podzielają wspólnych przekonań. Każdy z takich przypadków należałoby interpretować osobno i wskazywać, na ile przyczyna tkwi w niedoskonałościach w kreowaniu wiedzy wspólnej o wnioskach, a na ile w braku CPA.

P(X) jest więc obserwowanym prawdopodobieństwem X, zaś P(X | T) to oczywiście prawdopodobieństwo, że X nastąpi według teorii T. Z kolei P(T) to prawdopodobieństwo, że teoria T jest prawdziwa, P(T | X) to prawdopodobieństwo, że teoria T jest prawdziwa, jeśli zaobserwowano X. Zdania typu „prawdopodobieństwo, że teoria T jest prawdziwa" są z punktu widzenia interpretacji obiektywistycznej nie do przyjęcia – teoria jest prawdziwa (prawdopodobieństwo równe jedności) lub też nie (prawdopodobieństwo równe zeru), czyli prawdziwość teorii nie jest zdarzeniem losowym.

[4] Harsanyi jest najsławniejszym obrońcą CPA. Aumann nazywa CPA – Harsanyi Doctrine na cześć Harsanyia.

Zakończenie – wybrane zastosowania wiedzy wspólnej

Ukazując znaczenie wiedzy wspólnej dla różnych dyscyplin wiedzy, rozpocząć trzeba od teorii gier. Trzeba pamiętać, że pojęcie wiedzy wspólnej zostało opisane przez Aumanna w 1976 roku właśnie jako element jego prac z zakresu teorii gier i jej zastosowań do ekonomii.

Teoria gier to dziedzina matematyki, w przypadku której, niemal od jej zarania – w pierwszej połowie XX wieku – dostrzegano zastosowania wykraczające poza nauki ścisłe. Na początku stała się domeną rozwijającej się ekonomii, ale już wkrótce potem jej zastosowania dotyczyły nauk społecznych, ale także biologii, nauk wojskowych, filozofii (Straffin, 2001). Zagadnienia, jakimi zajmuje się teoria gier, stanowią sugestywne przykłady, którymi można ilustrować zastosowania pojęcia wiedzy wspólnej. Dzieje się tak, ponieważ zjawisko *common knowledge* jest wpisane w sposób pojmowania gry – tj. sytuacji, w której dochodzi do interakcji pomiędzy decydentami. Wiedza wspólna posiada wpływ na jej istotne parametry (Fudenberg, Tirole, 1992), determinuje także sposób opisu gry i dochodzenia do jej rozwiązań. Interaktywna teoria wiedzy, zajmująca się opisem tego, co ludzie wiedzą oraz co wiedzą o swojej wiedzy, była implicite uwzględniana w pionierskiej pracy z dziedziny teorii gier von Neumanna i Morgensterna z 1944 roku (Aumann, 1997).

Jako centralne dla opisywania zjawisk w kategoriach pojęć z teorii gier powszechnie przyjmuje się założenie o racjonalności graczy (np. Coombs, Dawes, Tversky, 1977; Straffin, 2001, Osborne, Rubinstein, 1994) i posiadaniu przez nich wiedzy wspólnej na ten temat. W zasadzie każdy podręcznik teorii gier posługuje się – *explicite* lub nie – pojęciem racjonalnego gracza, agenta czy decydenta, rozumiejąc przez to kogoś, kto używa nieograniczonych możliwości poznawczych dla maksymalizowania wartości oczekiwanej swoich wypłat. Standardowe jest również założenie o wspólnej wiedzy graczy na temat racjonalności. Oznacza to nie tylko to, że każdy gracz wie, iż inni są racjonalni; musi on również wiedzieć o tym, że każdy inny zdaje sobie sprawę z racjonalności wszystkich graczy, a także o tym, że inni wiedzą, że on wie… itd. Wspólna wiedza graczy dotyczy ponadto także samej gry: każdy zna jej reguły i wypłaty wszystkich graczy i wie, że znają je wszyscy inni itd. (Malawski, Wieczorek, Sosnowska, 2006).

Przejawem tych podstawowych założeń, jakie czyni teoria gier, jest zabieg eliminowania strategii zdominowanych[5]. Jest to jeden z kroków przy poszukiwaniu rozwiązania gier strategicznych (przedstawianych w postaci macierzy wypłat). Posunięcie to kierowane jest istnieniem wiedzy wspólnej o racjonalności graczy. Żaden z graczy nie

[5] Strategia S dominuje słabo strategię T, jeżeli każdy wynik dawany przez S jest co najmniej równie korzystny, co odpowiedni wynik dawany przez T, a przynajmniej jeden wynik dawany przez S jest bardziej korzystny niż odpowiedni wynik dawany przez T. Strategia S dominuje silnie strategię T, jeżeli każdy wynik dawany przez S jest korzystniejszy niż odpowiedni wynik dawany przez T.

może wiedzieć, jakie postępowanie wybiorą jego przeciwnicy. Może to jednak przewidywać, wiedząc, iż będą to działania kierowane racjonalnym dążeniem wyboru najkorzystniejszych dla nich rozwiązań. Dodatkowo, każdy gracz zakłada, że pozostali rozumują w ten sam sposób oraz zdają sobie sprawę z przyjętego toku rozumowania itd. A zatem gracz, w którego asortymencie pozostaje strategia zdominowana, nie będzie jej – co zrozumiałe – wykorzystywał. Jest on również świadom, że jego przeciwnik nie będzie go podejrzewał o zagranie tej strategii. Przeciwnik z kolei, po pierwsze nie będzie oczekiwał posunięcia w zgodzie ze strategią zdominowaną, a po wtóre zda sobie sprawę z tego, że jego intencja jest jasna dla drugiego gracza (np. Vanderschraaf, Sillari, 2005). W sytuacji dynamicznego uczestnictwa w grze zapewne hierarchia wnioskowania o wzajemnych przekonaniach graczy nie musi wykraczać poza te parę poziomów, ale oczywiście jest im dostępna również wiedza powszechna wyższego rzędu, a w konsekwencji wiedza wspólna. W praktyce wystarcza to do zgodnego wykreślenia strategii zdominowanej z macierzy wypłat. Prowadzi to do zredukowania gry do gry o mniejszym wymiarze (tj. z mniejszą liczbą strategii), w której znowu mogą wystąpić strategie zdominowane i je również gracze będą mogli zgodnie wykreślić. Takie działanie – określane mianem procedury iterowanej dopuszczalności *(iterated admissibility)* (Asheim Dufwenberg, 1996) – ma szansę doprowadzić do znacznego uproszczenia gry. Jeśli stosować tę operację wyłącznie w stosunku do strategii silnie zdominowanych, to strategie, które pozostaną w zredukowanej w ten sposób tabeli, są określane jako racjonalizowalne (np. Osborne, Rubinstein, 1994; Asheim, Dufwenberg, 1996). Pojęcie to wprowadzili niezależnie Bernheim i Pearce w 1984 roku. Strategie racjonalizowalne wynikają zatem wprost z wiedzy wspólnej na temat racjonalności wszystkich graczy.

W przypadku rozwiązywania gier danych w postaci ekstensywnej (przedstawianych w postaci drzewa decyzyjnego), stosuje się metodę indukcji wstecznej polegającą na redukowaniu tych posunięć, które są w danym punkcie mniej atrakcyjne dla gracza podejmującego decyzję. Rozumowanie typowe dla indukcji wstecznej prowadzi się od końca, tzn. od ostatniego poziomu w drzewie decyzyjnym, a pozostałe po zredukowaniu wartości pozostawia jako wynik na przedostatnim poziomie drzewa itd. Co oczywiste, podstawowe założenie leżące u podstaw indukcji wstecznej opiera się na istnieniu wspólnej wiedzy o realiach gry, tj. systemie wypłat w zależności od sekwencji posunięć poszczególnych graczy oraz o racjonalności graczy. Powyższy fakt został sformułowany przez Roberta Aumanna (1997) w postaci stwierdzenia, że wiedza wspólna na temat racjonalności graczy w grach w postaci ekstensywnej pociąga za sobą wynik osiągalny na drodze indukcji wstecznej.

Warto zauważyć, że zarówno eliminowanie strategii zdominowanych, jak i indukcja wsteczna nie zawsze muszą prowadzić do rozwiązań optymalnych. Klasycznymi przykładami są tu dylemat więźnia i dylemat farmera.

Na zakończenie należy wspomnieć o wielu innych wątkach teoretycznych, które związane są z pojęciem *common knowledge*. Można tu wymienić choćby podstawy kultury (w tym język), które mają charakter wiedzy wspólnej i jako takie regulują funkcjonowanie społeczeństwa. Warto także zasygnalizować, że tzw. opinia publiczna stanowi formę wiedzy wspólnej, a jej wpływ na społeczeństwo jest przedmiotem żywotnego zainteresowania tak praktyków, jak i teoretyków. Wiedza wspólna leży również u podłoża zdolności do kooperacji i komunikacji.

Istotną rolę odgrywają konsekwencje psychologiczne omawianego pojęcia. Można tu wymienić poczucie odpowiedzialności czy przyzwolenia albo poczucie bezpieczeństwa. Dzięki temu *common knowledge* steruje powszechnymi normami obyczajowymi, jak np. pukanie do drzwi dla uniknięcia ukonstytuowania się niepożądanej wiedzy wspólnej.

Ciekawe są studia nad mechanizmami generowania wiedzy wspólnej z uwzględnieniem form rytualnych (od tych tradycyjnych po współczesne rytuały, np. przekazów medialnych) charakteryzujących się tu szczególną efektywnością.

Obszary, do których stosuje się pojęcie wiedzy wspólnej, zostały w tym miejscu jedynie wybiórczo zasygnalizowane, ilustruje to jednak, że fenomen *common knowledge* odgrywa istotną rolę w wielu przejawach funkcjonowania indywidualnego i społecznego ludzi. Przez pryzmat tego pojęcia można interpretować ważne zjawiska z otaczającego świata, co przybliża do ich lepszego zrozumienia i poznania.

Bibliografia

Asheim, G.B., Dwufwenberg M. 1996. *Admissibility and Common Knowledge*. Tilburg University, Center for Economic Research. „Discussion Paper", 16.

Aumann, R.J. 1999. *Interactive Epistemology I: Knowledge*, „International Journal of Game Theory" 28: 263-300.

Aumann, R.J. 1976. *Agreeing to Disagree*. „The Annals of Statistics", vol. 4, Nr 6.

Chwe, M. 2001. *Rational Ritual*. Princeton University Press.

Coombs, C.H., Dawes, R.M., Tversky, A. 1977. *Wprowadzenie do psychologii matematycznej*. PWN.

Fudenberg, D., Tirole, J. 1992. *Game Theory*. MIT Press.

Geanakopoulos, J. 1992. *Common Knowledge*. „Journal of Economic Perspectives", vol. 6, Nr 4

Halpern, J.Y. 1995. *Reasoning About Knowledge: a Survey* w: Gabbay, D. Hogger, C.J. Robinson, J.A. (red.) Handbook of Logic in Artificial Intelligence and Logic Programming, vol. 4.

Malawski, M., Wieczorek, A., Sosnowska, H. 2006. *Konkurencja i kooperacja. Teoria gier w ekonomii i naukach społecznych*. PWN.

Milgrom, P. *An Axiomatic Characterization of Common Knowledge*. *„Econometrica"*, vol. 49, Nr 1.

Osborne, M.J., Rubinstein, A. 1994. *A Course in Game Theory*. MIT Press.

Straffin, P.D. „Teoria gier" Scholar, 2001

Vanderschraaf, P., Sillari, G. 2005. *Common Knowledge*, w: Zalta, E.N. (red.) „The Stanford Encyclopedia of Philosophy".

Woleński, J. 2005. *Epistemologia*. PWN.

Wooldridge, M., Jennings, N. 1995. *Intelligent Agents: Theory and Practice*. Knowledge Engineering Review vol. 10, Nr 2.